R. BOURDON C. BOURQUARD

PHYSIQUE

TERMINALES C - D - E

La question de cours au baccalauréat

DELAGRAVE

R. BOURDON C. BOURQUARD
Professeurs agrégés au lycée M. Roby de Saint-Germain-en-Laye

PHYSIQUE

TERMINALES C.D.E.

La question de cours au baccalauréat

56e MILLE

LIBRAIRIE DELAGRAVE
15, rue Soufflot, 75005 Paris.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code Pénal.

© LIBRAIRIE DELAGRAVE 1971

ISBN 2-206-00017-2

UTILISATION DU MANUEL

▶ Notations utilisées

● Les lettres suivantes désigneront toujours des mesures arithmétiques : m (masse); g (accélération de la pesanteur); J (moment d'inertie; R ou r (rayon); p (pression); N ou υ (fréquence); T (période); T (température absolue); ω (pulsation); a ou α (amplitude).

● Les lettres suivantes désigneront toujours des mesures algébriques : x (abscisse); θ (abscisse angulaire); les valeurs absolues ou modules s'écrivent : $|x|$; $|\theta|$.

● Un grand nombre de lettres utilisées désigneront un vecteur (si elles sont surmontées d'une flèche), une mesure algébrique (si elles sont surmontées d'un tiret), une mesure arithmétique ou module (si elles ne comportent ni flèche, ni tiret).

Exemple : $\vec{\gamma}$ $\overline{\gamma}$ γ

Remarque : La notation $\overline{\gamma}$ n'étant pas classique, il faut la présenter le jour d'un examen.

▶ Les couleurs du liséré

La bande du liséré située en bordure de fiche, concerne les élèves de C et E; l'autre bande, située vers l'intérieur de la fiche, concerne les élèves de D.

● Le rose souligne ce qui doit être parfaitement connu pour la question de cours d'écrit.

● Le gris indique ce qui peut à la rigueur n'être que compris.

● Les zones rayées grises et roses. doivent être apprises pour la résolution des problèmes.

● Les zones blanches sont hors programme.

● Les zones rayées roses et blanches indiquent des questions d'oral possibles.

Note : Demandez à votre professeur les allègements de programme éventuels.

▶ Comment j'utilise ce manuel?

- Je comprends d'abord en lisant l'intégralité de la fiche, à l'exclusion de la zone blanche.
- Pour bien comprendre, je fais quelques exercices en m'aidant des fiches de cours et des fiches de problèmes *.
- J'apprends ensuite mon cours (zones roses et zones rayées grises et roses) ce qui me permettra de rédiger les questions de cours et de résoudre les problèmes sans m'aider de documents.
- Pour dominer le programme, je me familiarise avec les tableaux récapitulatifs, je lis les zones blanches.

* Note de l'éditeur : les fiches de problèmes sont publiées à part.

PROGRAMMES 1966

(Arrêté du 13 juin 1966)

Classes Terminales C, D, E.

Les textes en italiques ne figurent pas au programme de la classe Terminale D. Par contre ils sont aux programmes des classes Terminales C. et E.

Les alinéas marqués d'un astérisque (*) ne pourront pas faire l'objet d'une question de cours aux épreuves *écrites* du baccalauréat.

Demandez à votre professeur les allègements de programme éventuels.

• Dynamique.

Chute des corps dans le vide et dans l'air. Étude expérimentale directe de la chute libre.

* Principe fondamental de la dynamique : effets dynamiques des forces agissant sur un point matériel; proportionnalité des forces aux accélérations; notion de masse : relation fondamentale de la dynamique. Cas de la pesanteur. Principe d'inertie.

Application de la relation fondamentale de la dynamique au mouvement circulaire uniforme *et au mouvement rectiligne sinusoïdal.*

* Notions sur la mécanique des systèmes de points matériels : forces extérieures et forces intérieures. Énoncé du théorème du mouvement du centre de gravité; application au solide animé d'un mouvement de translation : oscillations de translation d'un corps pesant suspendu à un ressort.

* Proportionnalité du moment des forces aux accélérations angulaires dans le mouvement de rotation d'un point matériel autour d'un axe.

* Notion de moment d'inertie. Relation fondamentale de la dynamique appliquée à la rotation d'un solide autour d'un axe. Application au mouvement sinusoïdal de rotation; pendule de torsion.

* Quantité de mouvement et *moment cinétique;* applications très simples.

* *Le système d'unités international ou S. I. (on indiquera à ce propos comment est constitué un système d'unités).*

Énoncé du théorème de l'énergie cinétique; application au solide animé d'un mouvement de translation ou d'un mouvement de rotation.

* *Résistance de l'air, vitesse limite; applications.*

Pendule pesant. Étude expérimentale. Cas limite du pendule simple.

• Énergie.

Énergie potentielle mécanique d'un système. Transformations mutuelles des énergies mécaniques potentielle et cinétique.

* Principe de l'état initial et de l'état final.

* Idée du principe de Carnot. Énoncé du théorème de Carnot (sans aucune démonstration ou justification à partir du principe : on se bornera à donner l'expression du rendement thermique maximal sans aucune indication sur les conditions dans lesquelles cette limite serait atteinte).

- **Phénomènes périodiques.**

Définition des mouvements périodiques; période, fréquence. Cas des mouvements sinusoïdaux; pulsation, phase (cette dernière notion pourra être introduite en étudiant la projection sur un axe fixe d'un vecteur en rotation uniforme).

Propagation d'un ébranlement et d'un mouvement vibratoire sinusoïdal; vitesse de propagation, longueur d'onde.

Nature vibratoire du son; célérité du son, sa valeur, les facteurs dont elle dépend (les méthodes de mesures étant absolument hors du programme).

Composition de mouvements vibratoires de même période et de même direction; règle de Fresnel. Interférences.

Ondes stationnaires.

* Notions très sommaires sur les vibrations forcées et la résonance.

- **Optique Physique.**

Réalisation d'une expérience d'interférences en optique à franges non localisées (on se bornera à une seule expérience au moyen des miroirs de Fresnel ou des trous d'Young, aucun autre dispositif n'étant dans le programme). Nature vibratoire de la lumière, célérité (sans la description d'aucune mesure), longueur d'onde.

* Existence des radiations ultraviolettes et infrarouges.

* Réalisation d'une expérience de polarisation rectiligne; transversalité des vibrations lumineuses.

- **Électricité et Phénomènes corpusculaires.**

Étude de l'influence de l'inductance et de la capacité en courant alternatif. Impédance d'une portion de circuit (en se limitant au cas d'une portion de circuit ne contenant ni générateur, ni moteur, ni dérivation, on établira au moyen de la règle de Fresnel l'expression de la différence de potentiel entre les extrémités de cette portion de circuit en fonction de ses caractéristiques et de celles du courant).

Puissance moyenne : facteur de puissance.

Existence des courants de haute fréquence (les modes de production sont en dehors du programme). Propagation des ondes électromagnétiques.

Effet thermoélectronique; *diode.*

Accélération des électrons par un champ électrique; électron-volt.

Propriétés des faisceaux d'électrons; oscillographe électronique.

Effet photo-électrique (limité strictement à l'émission d'électrons par un métal pur dans le vide); nature corpusculaire de la lumière, photon.

Notions sommaires sur les rayons X.

* Masse et énergie, énoncé de la relation d'Einstein.

* *Stabilité du noyau atomique, défaut de masse.*

Radioactivité α, β^- et β^+; nature du rayonnement γ; *demi-vie radioactive.*

Calcul de petites variations P. 1

1 | PROBLÈME

Soit y une grandeur physique qui dépend par exemple de trois autres grandeurs u, v et w : $y = f(u, v, w)$.

Lorsque $u = u_1 \quad v = v_1 \quad w = w_1$; $y = y_1 = f(u_1, v_1, w_1)$.

Ce sont les *valeurs initiales* des quatre grandeurs u, v, w et y.

Lorsque $u = u_2 \quad v = v_2 \quad w = w_2$; $y = y_2 = f(u_2, v_2, w_2)$.

Ce sont les *valeurs finales*.

Les variations $(u_2 - u_1)$, $(v_2 - v_1)$ et $(w_2 - w_1)$ de u, v et w ont donc provoqué une variation de y, $(y_2 - y_1)$, que l'on se propose de calculer.

2 | SOMME ALGÉBRIQUE

Soit $y = nu + pv - qw + k$; n, p, q et k ne varient pas lorsque u, v, w varient : ce sont des constantes par rapport à u, v, w.

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= nu_1 + pv_1 - qw_1 + k \\ y_2 &= nu_2 + pv_2 - qw_2 + k \end{aligned}\right\} \text{ en retranchant membre à membre}$$

$$y_2 - y_1 = n(u_2 - u_1) + p(v_2 - v_1) - q(w_2 - w_1).$$

Posons $\Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta u = u_2 - u_1$, ...

$$\begin{array}{c} y = nu \quad + pv \quad - qw + k \\ \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \\ \Delta y = n\Delta u + p\Delta v - q\Delta w \end{array}$$

les variations peuvent être grandes ou petites

3 | MONOME

Soit $y = uv$; $y + \Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v)$, d'où

$$y + \Delta y = uv + u\Delta v + v\Delta u + \Delta u\Delta v \implies \Delta y = u\Delta v + v\Delta u + \Delta u\Delta v$$

Supposons le terme $\Delta u \Delta v$ petit devant $u\Delta v$ et $v\Delta u$, alors $\Delta y \simeq u\Delta v + v\Delta u$. Divisons par y à gauche, à droite par uv $(y = uv)$; on obtient : $\dfrac{\Delta y}{y} \simeq \dfrac{\Delta u}{u} + \dfrac{\Delta v}{v}$;

$\dfrac{\Delta y}{y}$ s'appelle la variation relative de y.

Ce calcul suppose que les variations relatives soient faibles devant 1; en effet, pour pouvoir négliger $\Delta u \Delta v$ devant $u \Delta v$ par exemple, il faut que le quotient $\dfrac{\Delta u \Delta v}{u \Delta v}$ soit petit devant 1 $\Longrightarrow$ $\dfrac{\Delta u}{u}$ petit devant 1.

- Soit $y = u^n = u \times u \times \ldots \times u$ (n fois), d'après le résultat précédent

$$\frac{\Delta y}{y} \simeq \frac{\Delta u}{u} + \frac{\Delta u}{u} + \ldots + \frac{\Delta u}{u} (n \text{ fois}) \Longrightarrow \frac{\Delta y}{y} \simeq n \frac{\Delta u}{u}$$

- Soit $y = \dfrac{u}{v} = uv^{-1}$ comme $u = yv$ $\dfrac{\Delta u}{u} \simeq \dfrac{\Delta y}{y} + \dfrac{\Delta v}{v}$ d'où $\dfrac{\Delta y}{y} \simeq \dfrac{\Delta u}{u} - \dfrac{\Delta v}{v}$.

- Soit $y = \sqrt[n]{u} = u^{\frac{1}{n}}$ d'où $\dfrac{\Delta y}{y} \simeq \dfrac{1}{n} \dfrac{\Delta u}{u}$.

- D'après les résultats précédents :

si $y = k u^n \cdot v^p \cdot w^{-q}$

alors $\dfrac{\Delta y}{y} = n \dfrac{\Delta u}{u} + p \dfrac{\Delta v}{v} - q \dfrac{\Delta w}{w}$

les variations relatives étant faibles devant l'unité

k, n, p, q sont des constantes par rapport à u, v, w.

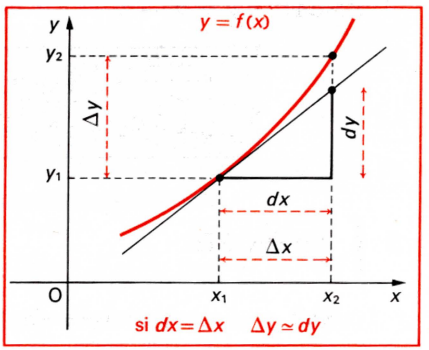
4 | CAS D'UNE FONCTION A UNE VARIABLE

Soit $y = f(x)$, f étant dérivable.

Lorsque x_2 tend vers x_1, le rapport $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ tend vers la dérivée $y'_1 = f'(x_1)$ de cette fonction.

Si $(x_2 - x_1)$ est petit, $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \simeq y'_1$ d'où

$$\Delta y \simeq f'(x) \Delta x$$



REMARQUES

Si dx et dy sont les différentielles de x et y, on sait que :

$y' = \dfrac{dy}{dx} \Longrightarrow dy = y' dx \Longrightarrow dy = f'(x) dx$

Si $dx = \Delta x$, $\Delta y \simeq dy$ (voir figure),
la petite variation d'une variable est donc pratiquement égale à sa différentielle.

Incertitudes P. 2

1 | MESURE DIRECTE

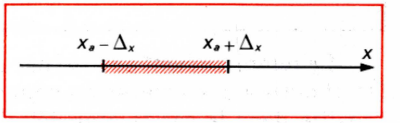
• Lorsqu'on mesure une grandeur x, on n'en détermine qu'une valeur approchée x_a, quelle que soit la précision de la mesure; l'écart avec la valeur exacte x_e est *l'erreur absolue* δx.

$$\delta x = x_a - x_e$$

• En général δx est inconnue. Il est toujours possible à partir de l'instrument de mesure et de la méthode d'affirmer que l'erreur commise δx ne peut dépasser, en module, une valeur prévisible, connue Δx, appelée *incertitude absolue sur x.*

$$|\delta x| \leqslant \Delta x$$

• La valeur exacte est donc comprise entre deux limites connues $x_a - \Delta x$ et $x_a + \Delta x$.



Remarques : La notation Δ est donc utilisée pour représenter la variation, petite ou grande, algébrique, d'une grandeur (P1) ou l'incertitude absolue, positive; la précision d'une mesure dépend de l'incertitude relative $\frac{\Delta x}{|x|}$.

2 | MESURE INDIRECTE (erreurs indépendantes)

• Soit y une mesure indirecte qui s'exprime par la formule $y = f(u, v, w)$ en fonction de mesures directes ou indirectes u, v, w connues à Δu, Δv, Δw près. Nous voulons déterminer l'incertitude Δy.

• Supposons que u, v, w ont été déterminées par des mesures ou des calculs de façons indépendantes; les erreurs sur u, v et w sont dites *indépendantes.*

• On peut évaluer l'erreur sur y, δy, c'est-à-dire la variation de y lorsque u, v et w passent de leurs valeurs exactes à leurs valeurs approchées, c'est-à-dire lorsqu'ils subissent les variations δu, δv et δw. Il suffit d'appliquer les théorèmes de P1.

• δy n'est pas connue puisque δu, δv, δw ne sont pas connues; il faut donc majorer le module de δy par un nombre prévisible, connu, qu'on appellera l'incertitude Δy. Nous allons faire cette majoration pour deux cas particuliers :

Somme algébrique	Monome
Soit $y = nu + pv - qw + k$	Soit $y = \dfrac{ku^n v^p}{w^q} = ku^n v^p w^{-q}$
n, p, q et k sont connus sans incertitude et sont positifs.	
$\delta y = n\delta u + p\delta v - q\delta w$	$\dfrac{\delta y}{y} = n\dfrac{\delta u}{u} + p\dfrac{\delta v}{v} - q\dfrac{\delta w}{w}$
les δ étant les erreurs inconnues considérées comme petites variations.	
$\lvert\delta y\rvert \leqslant n\lvert\delta u\rvert + p\lvert\delta v\rvert + q\lvert\delta w\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\delta y}{y}\right\rvert \leqslant n\left\lvert\dfrac{\delta u}{u}\right\rvert + p\left\lvert\dfrac{\delta v}{v}\right\rvert + q\left\lvert\dfrac{\delta w}{w}\right\rvert$
C'est une première majoration, mais les modules des erreurs sont inconnues.	
$\lvert\delta y\rvert \leqslant n\Delta u + p\Delta v + q\Delta w$	$\left\lvert\dfrac{\delta y}{y}\right\rvert \leqslant n\dfrac{\Delta u}{\lvert u\rvert} + p\dfrac{\Delta v}{\lvert v\rvert} + q\dfrac{\Delta w}{\lvert w\rvert}$

Le remplacement de $\lvert\delta u\rvert$ par Δu ... est une deuxième majoration car $\lvert\delta u\rvert \leqslant \Delta u$ ... On aboutit à une expression connue. Les erreurs étant indépendantes, il peut y avoir l'égalité dans le cas le plus défavorable.

Cette expression connue est l'incertitude sur y (absolue ou relative) d'où :

$y = nu + pv - qw + k$

$\Delta y = n\Delta u + p\Delta v + q\Delta w$

incertitudes absolues

théorèmes ← des → incertitudes

$y = ku^n \cdot v^p \cdot w^{-q}$

$\dfrac{\Delta y}{\lvert y\rvert} = n\dfrac{\Delta u}{\lvert u\rvert} + p\dfrac{\Delta v}{\lvert v\rvert} + q\dfrac{\Delta w}{\lvert w\rvert}$

incertitudes relatives

3 MESURE INDIRECTE (erreurs liées)

Soit $y = A \cdot B^{-1}$ par exemple. A et B sont des mesures indirectes s'exprimant par $A = f(u, v)$ et $B = g(u, w)$ en fonction des mesures directes u, v, w. Les erreurs δA et δB sont *liées* puisqu'elles s'évaluent en fonction de δu.

Si l'on applique les théorèmes des incertitudes, l'incertitude obtenue est trop élevée lorsque des erreurs sur A et B se compensent.

Il faut donc faire une majoration de la façon suivante :

1. faire un calcul de variation qui donne l'erreur δy en fonction de δu, δv, δw;
2. *regrouper* les termes correspondant à une même erreur; dans ce regroupement des erreurs peuvent se compenser;
3. majorer $\lvert\delta y\rvert$ en remplaçant les erreurs δu, δv, δw par les incertitudes Δu, Δv, Δw et en prenant la valeur absolue de tous les termes.

Calcul approché P. 3

1 | RELATIONS APPROCHÉES

Elles permettent de rendre plus simples et plus rapides certains calculs littéraux ou numériques, ce qui diminue les risques d'erreur.

- **Puissance.**

Soit $y = u^n$.

Supposons que pour valeurs initiales $u = 1 \Longrightarrow y = 1$. A partir de ces valeurs évaluons les variations Δu et Δy lorsque $\Delta u = \varepsilon$, ε étant un nombre petit devant 1. La variation relative de $y = u^n$ donne

$$\frac{\Delta y}{y} \simeq n\frac{\Delta u}{u} \Longrightarrow \frac{\Delta y}{1} \simeq n\frac{\Delta u}{1} \Longrightarrow \Delta y \simeq n\Delta u$$

La valeur finale est rigoureusement $(u + \Delta u)^n = (1 + \varepsilon)^n$

de façon approchée $y + \Delta y \simeq 1 + n\Delta u \simeq 1 + n\varepsilon$

d'où $\boxed{(1 + \varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon}$ (erreur relative $\simeq \varepsilon^2$)

- **Sinus d'un petit angle ε.**

On démontre que $\dfrac{\sin \varepsilon}{\varepsilon}$ tend vers 1 lorsque ε tend vers zéro, ε étant évalué en *radians*. Donc si ε est petit

$\boxed{\sin \varepsilon \simeq \varepsilon}$ (erreur relative $\simeq \varepsilon^2$)

- **Cosinus d'un petit angle ε.**

Appliquons les deux relations précédentes

$$\cos \varepsilon = \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon} \simeq (1 - \varepsilon^2)^{1/2} \simeq 1 + \frac{1}{2}(-\varepsilon^2)$$

d'où $\boxed{\cos \varepsilon \simeq 1 - \dfrac{\varepsilon^2}{2}}$ (erreur relative $\simeq \varepsilon^4$)

2 | LES CHIFFRES SIGNIFICATIFS

• Notation d'un résultat numérique.

Lorsqu'on donne un résultat numérique demandé, on choisit si possible, une unité du même ordre de grandeur que la grandeur mesurée.

Exemple :

Écrire 2,51 mm au lieu de 0,00251 m ou 2 510 μ.

Cela n'est pas toujours possible, d'autre part, il peut être commode de se limiter aux unités du système d'unités international (SI). Dans ces conditions on fera usage d'une puissance de 10 pour exprimer l'ordre de grandeur, et d'un nombre appartenant à [1, 10[pour donner les *chiffres significatifs*.

Exemple :

$2{,}51 \cdot 10^{-3}$ m au lieu de 0,00251 m.

Quoi qu'il en soit, il ne faut jamais oublier d'écrire le symbole de l'*unité*.

• Notation de l'incertitude.

Si la longueur choisie dans l'exemple précédent, a été déterminée avec une incertitude absolue Δl égale à 1/20 de mm, on écrit :

$l = 2{,}51 \pm 0{,}05\ mm$, ce qui veut dire $2{,}46\ mm \leqslant l \leqslant 2{,}56\ mm$ ou bien $l = (2{,}51 \pm 0{,}05)10^{-3}\ m$.

Remarques :

— la valeur approchée (2,51 *mm* par exemple) et l'incertitude (Δl) doivent être exprimées avec la même unité (*mm*); il faut en écrire le symbole.

— la valeur approchée et l'incertitude doivent comporter le même nombre de décimales (ici 2).

• Nombre de chiffres significatifs.

En général, les premiers chiffres significatifs, à partir de la gauche, peuvent être affirmés sans risque d'erreur, l'incertitude porte sur les derniers chiffres à droite. On ne conserve que deux chiffres incertains au plus.

Exemple :

$7{,}2319 \pm 0{,}0132\ mm$ on écrit $7{,}232 \pm 0{,}013\ mm$

chiffres certains — décimales abusives — 4 chiffres significatifs

• Lorsqu'on donne une valeur approchée sans préciser la valeur de l'incertitude, il est sous entendu que l'incertitude absolue est égale à une unité du dernier chiffre significatif à droite.

Exemple :

4,35 mm représente $4{,}35 \pm 0{,}01$ mm.

Dans ce cas le nombre de chiffres significatifs est lié à l'incertitude relative ou *précision* du résultat.

Exemple :

Si on donne trois chiffres significatifs cela suppose une incertitude relative inférieure à $\frac{1}{100}$, une précision meilleure que 1 % (précision des règles à calcul).

Ainsi pour $\underbrace{4{,}35}_{\substack{3 \text{ ch.} \\ \text{sign.}}}$ mm $\Rightarrow \Delta l = 0{,}01$ mm $\quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{0{,}01}{43{,}5}$;

pour $\underbrace{43{,}5}_{\substack{3 \text{ ch.} \\ \text{sign.}}}$ mm $\Rightarrow \Delta l = 0{,}1$ mm $\quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{0{,}1}{43{,}5}$.

Remarque :

On distinguera les deux résultats :

$4{,}35\ mm \Longrightarrow \Delta l = 0{,}01\ mm$ et $4{,}350\ mm \Longrightarrow \Delta l = 0{,}001\ mm$

le dernier 0 est ici un véritable chiffre significatif : il doit être écrit.

Mouvements rectilignes P. 4

1 | GÉNÉRALITÉS

• Équation horaire.

Un point M se déplace sur une droite.

— Comment allons-nous repérer les positions de M?

On choisit un sens positif et un point fixe, O, *origine des espaces*, sur la droite. Nous disposons ainsi d'un *repère*, l'axe $\overrightarrow{Ox}$, dans lequel chaque position de M est déterminée par l'abscisse $\overline{OM}$.

— Comment allons-nous repérer les instants de passage de M en différents points du repère?

On peut utiliser une horloge (ou un chronomètre) elle indique la *date t*, de chaque instant, comptée à partir d'un instant choisi pour *origine des temps* (minuit pour une horloge, l'instant de mise en marche pour un chronomètre).

— A chaque instant de date t, le point M a une certaine abscisse x; x est donc fonction de t. *L'équation horaire* du mouvement est la relation

$$x = f(t)$$

REMARQUE

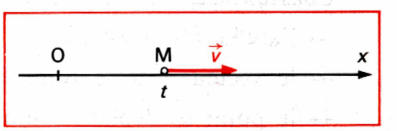
Quand on donne une équation horaire, il faut indiquer quel repère et quelle origine des temps ont été choisis.

• Vitesse.

— Elle est obtenue en dérivant l'équation horaire

$$m/s \quad \boxed{\bar{v} = x' = \frac{dx}{dt}} \quad \begin{matrix} m \\ s \end{matrix} \quad \left\{ \begin{matrix} dx \text{ différentielle de } x \\ dt \text{ différentielle de } t \end{matrix} \right.$$

— Le vecteur qui a pour mesure algébrique $\bar{v}$ sur $\overrightarrow{Ox}$ est appelé *vecteur vitesse*.



● **Propriété.**

Si $x' > 0$, x est croissant, M se déplace dans le sens positif, d'autre part puisque $\bar{v} > 0$, $\vec{v}$ a le sens positif également, d'une manière générale : *le vecteur vitesse indique le sens du mouvement.*

● **Accélération.**

— Elle est obtenue en dérivant la vitesse par rapport au temps.

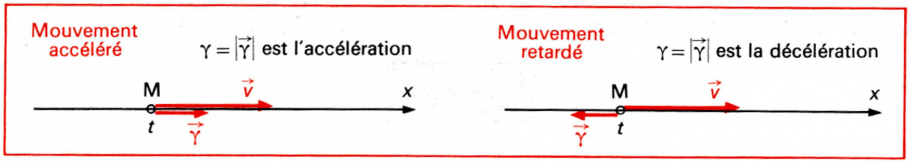
$$m/s^2 \quad \boxed{\bar{\gamma} = x'' = \frac{d\bar{v}}{dt}} \quad \begin{matrix} m/s \\ s \end{matrix} \quad \begin{cases} d\bar{v} : \text{différentielle de } \bar{v} \\ dt : \text{différentielle de } t \end{cases}$$

— Le vecteur qui a pour mesure algébrique, $\bar{\gamma}$, sur $\overrightarrow{Ox}$ est appelé vecteur accélération.

● **Propriété**

$|\vec{v}|$ varie comme $\bar{v}^2$. Pour étudier la variation de $\bar{v}^2$ en fonction de t, il suffit d'étudier le signe de la dérivée de $\bar{v}^2$ par rapport au temps $(\bar{v}^2)' = 2\bar{v}\bar{v}' = 2\bar{v}\bar{\gamma}$.

Donc si $\bar{v}\bar{\gamma} > 0$ le module du vecteur vitesse croît, le mouvement est accéléré; si $\bar{v}\bar{\gamma} < 0$ le mouvement est retardé ($|\vec{v}| \searrow$).



REMARQUE

Il est donc faux de dire : $\bar{\gamma}$ étant positif, le mouvement est accéléré.

2 | MOUVEMENT UNIFORME

● **Définition.**

C'est un mouvement au cours duquel la *vitesse est constante* (non nulle); d'où son nom.

Conséquences immédiates :

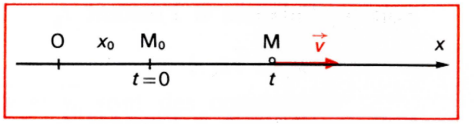
— l'accélération est nulle;

— le vecteur vitesse reste équipollent à lui-même;

— le point se déplace toujours dans le même sens.

• Équation horaire.

Soit M un point animé d'un mouvement uniforme de vitesse $\vec{v}$, de mesure algébrique $\bar{v}$, constante. Nous devons chercher l'équation horaire de M, sachant que la dérivée x' de cette équation horaire est égale à la vitesse constante $\bar{v}$



$$x' = \bar{v}$$

Complément (sans démonstration).

— Soit la fonction $x' = f(t)$ (t étant la variable) qu'on appelle une *équation différentielle*.

— Nous voulons résoudre cette équation, c'est-à-dire remonter à la fonction x, cette opération s'appelle une *intégration*.

— On montre que la fonction x est de la forme $x = \mathrm{F}(t) + \mathrm{K}$.

$\mathrm{F}(t)$ qui admet pour dérivée $f(t)$ est une *primitive* de $f(t)$.

K est une constante qui s'introduit dans l'intégration (puisque la dérivée d'une constante est nulle).

Remarque.

Pour vérifier la solution trouvée, il suffit de dériver par rapport à la variable t : on doit retrouver l'équation différentielle de départ.

— Voici quelques intégrations à savoir faire.

équation différentielle	$\frac{dx}{dt} = 0$	$\frac{dx}{dt} = c$ (constante)	$\frac{dx}{dt} = ct$	$\frac{dx}{dt} = c_1 t + c_2$	intégration ↓ / dérivation ↑
solution	$x = \mathrm{K}$	$x = ct + \mathrm{K}$	$x = \frac{ct^2}{2} + \mathrm{K}$	$x = \frac{c_1 t^2}{2} + c_2 t + \mathrm{K}$	

Les c désignent des constantes. K est une constante d'intégration déterminée par les conditions initiales.

— Il est évident que la fonction ne sera pas toujours notée x et la variable t.

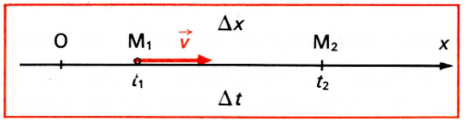
Nous avons donc à résoudre l'équation différentielle $x' = \bar{v}$, la variable étant le temps t. Nous obtenons $x = \bar{v}t + \mathrm{K}$. La signification de K est évidente, c'est la valeur de x pour $t = 0$: c'est l'abscisse initiale x_0.

D'où l'équation horaire : $\boxed{x = \bar{v}t + x_0}$

- **Propriété caractéristique.**

Soit x_1 l'abscisse à l'instant t_1

$$x_1 = \bar{v} t_1 + x_0$$



Soit x_2 l'abscisse à l'instant t_2

$$x_2 = \bar{v} t_2 + x_0$$

D'où $$x_2 - x_1 = \bar{v}(t_2 - t_1)$$

$$\left.\begin{array}{l} x_2 - x_1 = \Delta x \\ t_2 - t_1 = \Delta t \end{array}\right\}$$ variations qui peuvent être grandes

variations quelconques : $\boxed{\frac{\Delta x}{\Delta t} = \bar{v}}$ la distance parcourue est proportionnelle au temps de parcours.

3 | MOUVEMENT UNIFORMÉMENT VARIÉ

- **Définition.**

C'est un mouvement au cours duquel *l'accélération est constante* (non nulle). Le vecteur accélération reste donc équipollent à lui-même.

- **Vitesse.**

Intégrons la relation $\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{\gamma}$ ou $\bar{\gamma}$ est constante $\Longrightarrow$ $\bar{v} = \bar{\gamma} t + \mathrm{K}$.

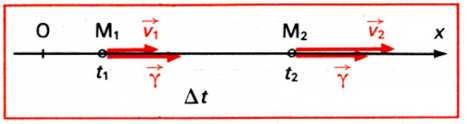
La constante d'intégration K est déterminée si nous connaissons la vitesse $\overline{v_0}$ (vitesse initiale) à l'instant $t = 0$ $\Longrightarrow$ $\overline{v_0} = \mathrm{K}$.

Finalement $$\boxed{\bar{v} = \bar{\gamma} t + \overline{v_0}}$$

- **Propriété caractéristique.**

Pendant l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$, la variation de vitesse est :

$\Delta \bar{v} = \overline{v_2} - \overline{v_1}$, d'après la relation des variations (PI, 2).



$$\Delta \bar{v} = \bar{\gamma} \Delta t \qquad \text{ou}$$

variations quelconques : $\boxed{\frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \bar{\gamma}}$ la variation de vitesse est proportionnelle à l'intervalle de temps durant lequel elle s'est produite.

La vitesse varie donc uniformément (pendant chaque seconde, elle subit la même variation) d'où la désignation de ce mouvement.

- **Équation horaire.**

Intégrons la relation $\frac{dx}{dt} = \bar{\gamma}t + \bar{v_0}$ ($\bar{\gamma}$ et $\bar{v_0}$ sont des constantes)

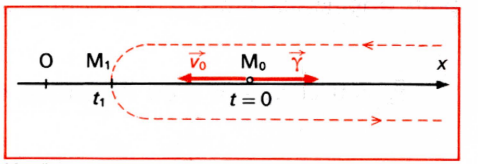
$$x = \frac{1}{2}\bar{\gamma}t^2 + \bar{v_0}t + \mathrm{K}.$$

La constante d'intégration est déterminée si nous connaissons l'abcisse x_0 (*abcisse initiale*) du point M à l'instant $t = 0 \Longrightarrow x_0 = \mathrm{K}$. D'où l'équation horaire du mouvement

$$x = \frac{1}{2}\bar{\gamma}t^2 + \bar{v_0}t + x_0$$

- **Description du mouvement.**

Orientons $\overrightarrow{Ox}$ dans le sens de $\vec{\gamma}$: $\bar{\gamma} > 0$.



Dressons le tableau de variations :

t	$-\infty$		$t_1 = \frac{-\bar{v_0}}{\bar{\gamma}}$		$+\infty$
$x' = \bar{v} = \bar{\gamma}t + \bar{v}_0$ avec $\bar{\gamma} > 0$	$-\infty$	$-$	0	$+$	$+\infty$
x ($x \nearrow$ si $\bar{v} > 0$, $x \searrow$ si $\bar{v} < 0$)	$+\infty$	$\searrow$	$x_1 = \overline{OM_1}$	$\nearrow$	$+\infty$
$v = \lvert\vec{v}\rvert$ si $\bar{v}\bar{\gamma} > 0$ $v \nearrow$; $\bar{v}\bar{\gamma} < 0$ $v \searrow$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
Mouvement du mobile M :	M vient vers M_1 d'un mouvement retardé		M rebrousse chemin		M s'éloigne de M_1 d'un mouvement accéléré

- **Conclusion :**

Le mouvement théorique, de durée infinie, comprend deux phases : une phase retardée puis une phase accélérée séparées par un changement de sens du mouvement : le mobile effectue un aller (retardé) et retour (accéléré).

REMARQUES

— Dans la pratique on peut n'observer qu'une fraction de phase.

Exemples : démarrage d'un véhicule (phase accélérée);
freinage d'un véhicule (phase retardée);

— à l'instant $t_1 = -\dfrac{\overline{v_0}}{\overline{\gamma}}$, la vitesse s'annule, deux cas peuvent se présenter :

❶ la vitesse reste nulle, le mobile s'arrête donc. A partir de l'instant t_1 le mouvement change de nature, il n'est plus uniformément varié : il est nul;

❷ le mouvement reste uniformément varié, avec la même accélération $\vec{\gamma}$, alors le mobile ne s'arrête pas : il rebrousse chemin.

• Équation réduite.

Si nous choisissons pour origine des temps l'instant où la vitesse s'annule et pour origine des espaces, la position du mobile à cet instant

$\overline{v_0} = 0$ et $x_0 = 0$ d'où l'équation du mouvement $\boxed{x = \frac{1}{2}\overline{\gamma}t^2}$

et en dérivant $\boxed{\overline{v} = \overline{\gamma}t}$

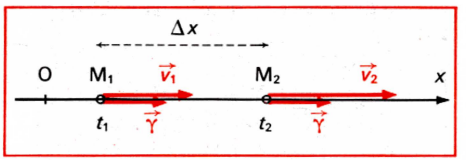
Ce choix des origines est adopté pour les deux démonstrations qui suivent.

• Propriété caractéristique.

A un instant t_1 : $x_1 = \frac{1}{2}\overline{\gamma}t_1^2$

$\overline{v_1} = \overline{\gamma}t_1$

d'où $v_1^2 = \gamma^2 t_1^2 = 2\overline{\gamma}x_1$.



De même à l'instant t_2 : $v_2^2 = 2\overline{\gamma}x_2$, retranchons membre à membre

$v_2^2 - v_1^2 = 2\overline{\gamma}(x_2 - x_1)$ ou

$\boxed{\Delta(v^2) = 2\overline{\gamma}\Delta x}$

Si le mouvement ne change pas de sens $|\Delta x|$ est la distance parcourue, dans ce cas : la variation du carré de la vitesse est proportionnelle à la distance parcourue.

Réciproque : Soit $\bar{v}^2 - \bar{v_0}^2 = kx$, k étant constant.

Dérivons par rapport au temps $2\bar{v}\dfrac{d\bar{v}}{dt} = k\dfrac{dx}{dt}$, puisque $\dfrac{d\bar{v}}{dt} = \bar{\gamma}$ et $\dfrac{dx}{dt} = \bar{v}$, il reste $\bar{\gamma} = \dfrac{k}{2}$, l'accélération est constante, le mouvement est donc uniformément varié.

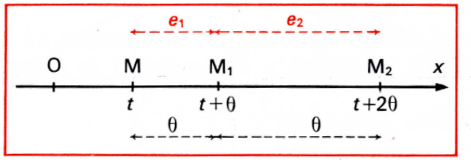
- **Propriété caractéristique.**

Considérons un mouvement uniformément accéléré. Le repère $\overrightarrow{Ox}$ est orienté dans le sens de $\bar{\gamma}$, donc $\bar{\gamma} = \gamma$.

A l'instant t : $\quad x = \dfrac{1}{2}\gamma t^2$.

A l'instant $t + \theta$ $\quad x_1 = \dfrac{1}{2}\gamma(t + \theta)^2 \implies e_1 = x_1 - x = \gamma t\theta + \dfrac{1}{2}\gamma\theta^2$.

A l'instant $t + 2\theta$ $\quad x_2 = \dfrac{1}{2}\gamma(t + 2\theta)^2 \implies e_2 = x_2 - x_1 = \gamma t\theta + \dfrac{3}{2}\gamma\theta^2$.



donc $e_2 = e_1 + \gamma\theta^2$. Autrement dit, si le mobile parcourt la distance e_1 pendant un intervalle de temps θ, il parcourt la distance $e_1 + \gamma\theta^2$ pendant l'intervalle de temps θ suivant :

Les distances parcourues pendant des intervalles de temps successifs, égaux à θ, forment une *progression arithmétique* de raison

$$r = \gamma\theta^2$$

La réciproque ne sera pas démontrée dans ce cours.

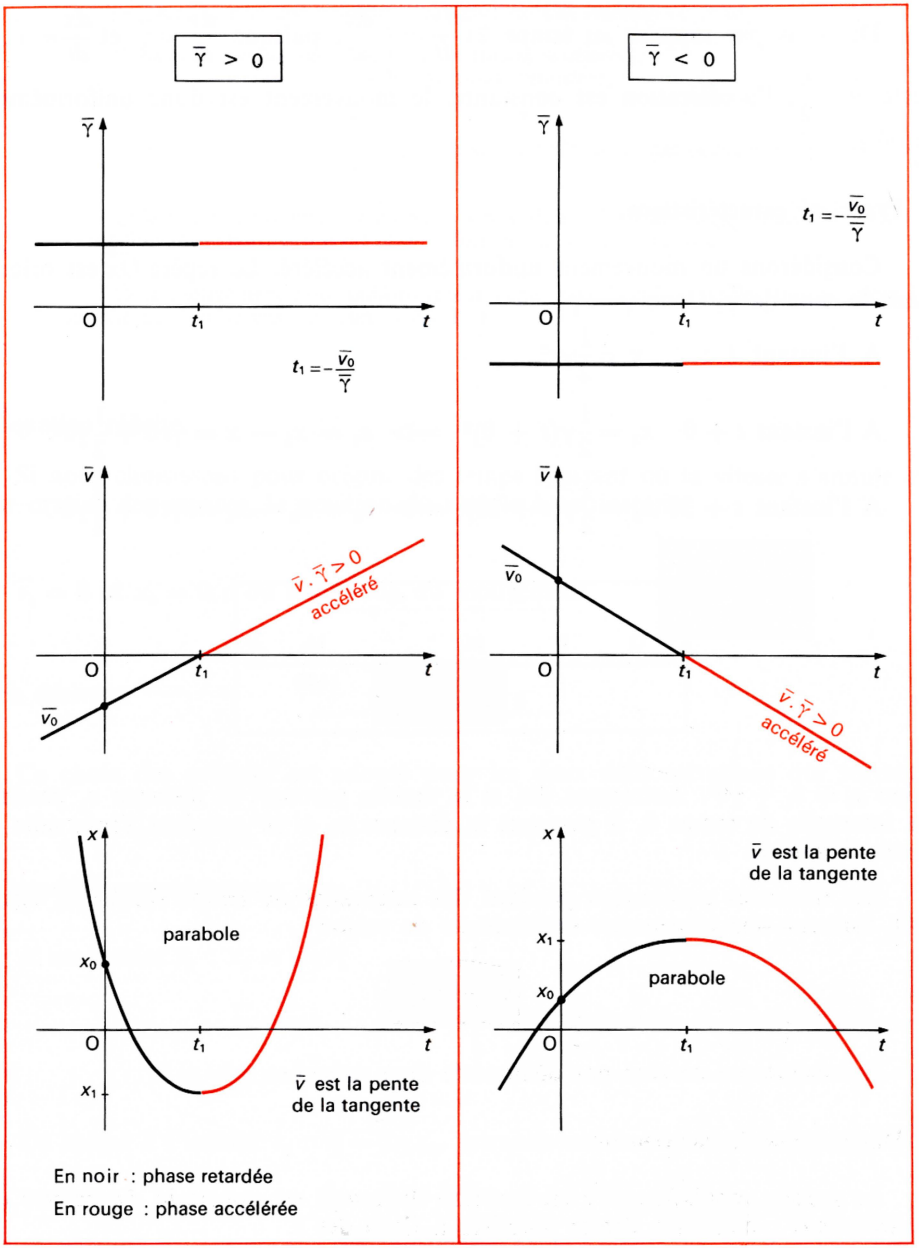
- **Diagrammes du mouvement.**

Le graphe représentant $\bar{\gamma}$ en fonction du temps est appelé le *diagramme des accélérations* : c'est une droite parallèle à l'axe des t.

Le graphe représentant $\bar{v}$ en fonction du temps est le *diagramme des vitesses* : c'est une droite de pente $\bar{\gamma}$.

Le graphe représentant x en fonction du temps est le *diagramme des espaces* : c'est une parabole dont l'axe est parallèle à l'axe des x.

Diagrammes du mouvement



Remarque : on ne confondra pas le diagramme d'un mouvement tracé dans un système d'axes spatio-temporel $(\overrightarrow{Ot}, \overrightarrow{Ox})$ et la trajectoire qui peut être repérée dans un système d'axes de l'espace $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$.

4 | MOUVEMENT SINUSOIDAL

● **Définition.**

Un point M est animé d'un mouvement sinusoïdal si l'équation horaire de son mouvement peut s'écrire

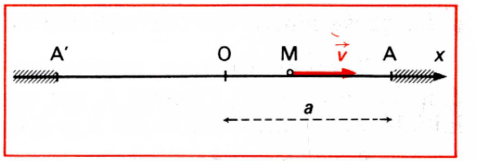
$$x = a \sin(\omega t + \varphi)$$

a, ω et φ sont des constantes par rapport au temps t, dont nous allons préciser la signification. a est supposé positif, on peut toujours se ramener à ce cas en ajoutant π à l'angle φ; ω est aussi positif.

● **L'amplitude a.**

$$-1 \leqslant \sin(\omega t + \varphi) \leqslant +1$$

donc $-a \leqslant x \leqslant +a$, a représente la valeur maximale de l'abcisse x, appelée aussi *élongation*.



La trajectoire est un segment de longueur $2a$. O est le centre du mouvement. L'amplitude a (constante) et l'élongation x (variable) s'expriment avec la même unité de longueur.

● **La phase $(\omega t + \varphi)$.**

$(\omega t + \varphi)$ est la mesure d'un angle, en *radians*, dont on prend le sinus. Au cours du temps, la phase augmente uniformément, puisque c'est une fonction du premier degré du temps. Le sinus et par conséquent x reprennent donc la même valeur chaque fois que la phase augmente de 2π radians.

● **Description du mouvement.** Dressons le tableau de variations :

t	$t_1 = -\varphi/\omega$		T		$t_2 = \frac{2\pi - \varphi}{\omega}$
$\omega t + \varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	0	a	0	$-a$	0
M	en O	en A	1er passage par O dans le sens négatif	en A'	2e passage par O dans le sens positif

Au cours de l'intervalle de temps $T = t_2 - t_1$, le point M a accompli une *oscillation* autour du centre O.

Au terme de cet intervalle de temps T, la phase ayant augmenté de 2π *rd*, le sinus et par conséquent x vont repasser par les mêmes valeurs, le même mouvement va se reproduire : M est animé d'un *mouvement périodique* de *période* T.

Évaluons la période T. $T = \frac{2\pi - \varphi}{\omega} - \left(-\frac{\varphi}{\omega}\right) = \frac{2\pi}{\omega}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ω s'appelle la pulsation (en *rd/s*)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Le nombre de périodes par seconde s'appelle la fréquence, en Hertz (Hz)

$$N = \frac{1}{T}$$

- **La phase initiale φ.** (en radians) (elle peut être positive ou négative).

— Si on choisit pour origine des temps, l'un des instants de passage par O, dans le sens positif, l'instant t_1 par exemple (voir tableau de variations), la phase initiale φ est nulle, dans ce cas $x = a \sin \omega t$ (on vérifie bien que $x = 0$ pour $t = 0$).

— Si on choisit pour origine des temps, l'un des instants de passage par le point extrême A. Pour $t = 0$ x doit être égal à $+a$ d'où $a \sin \varphi = +a \Longrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ (à 2π près), ce qui donne $x = a \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = a \cos \omega t$ (on vérifie bien que $x = +a$ pour $t = 0$).

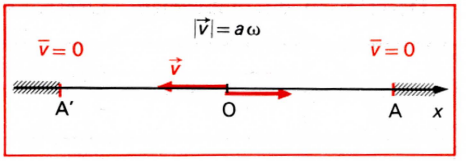
- **Vitesse**

La vitesse est la dérivée de x par rapport au temps, ce qui donne $\bar{v} = a\omega \cos(\omega t + \varphi)$.

Au terme d'une période T, la vitesse reprend évidemment la même valeur.

Lorsque M passe par O, $\sin(\omega t + \varphi) = 0$ d'où $|\cos(\omega t + \varphi)| = 1$,

la vitesse est maximale $v_m = a\omega$



Lorsque M passe par A ou A' $|\sin(\omega t + \varphi)| = 1 \Longrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = 0$, la vitesse s'annule : le mouvement change de sens.

- **Accélération**

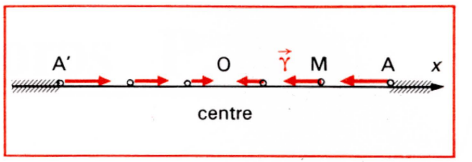
Dérivons l'expression de la vitesse afin d'obtenir l'accélération, on obtient $\bar{\gamma} = -a\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ d'où

$$\bar{\gamma} = -\omega^2 x$$

: l'accélération est proportionnelle à l'élongation et de signe contraire.

Conséquence : $\vec{\gamma} = -\omega^2 \overrightarrow{OM}$ puisque $x = \overline{OM}$, $\vec{\gamma}$ a le même sens que $\overrightarrow{MO}$.

Le vecteur accélération est constamment pointé vers le centre du mouvement : il est *centripète*.



Réciproque : Considérons un point M animé d'un mouvement rectiligne tel que l'accélération soit proportionnelle à l'élongation et de signe contraire

$$\bar{\gamma} = -kx \quad \text{avec} \quad k > 0$$

Posons $\omega = \sqrt{k}$, nous sommes amenés à résoudre l'équation différentielle

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

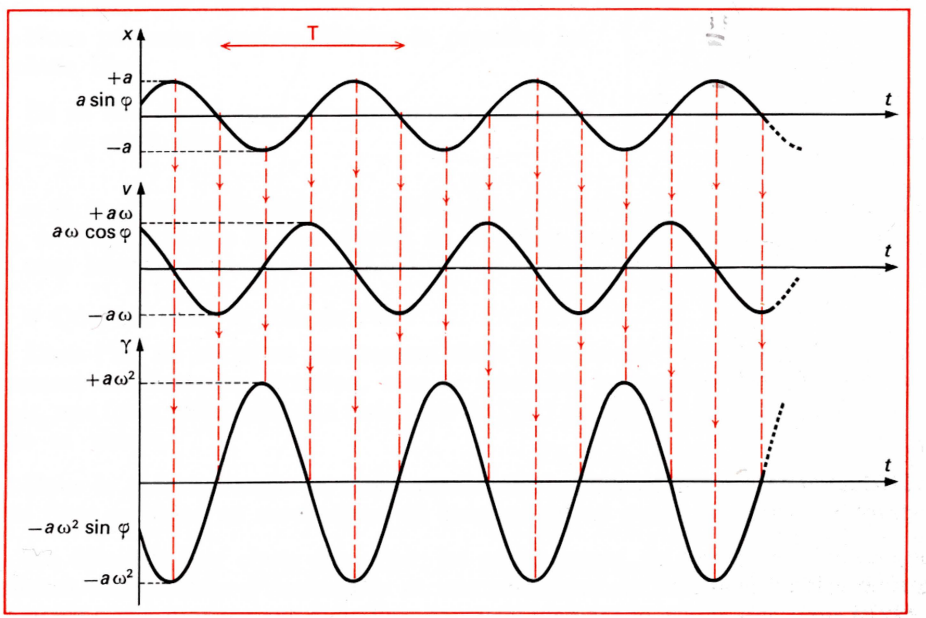
On démontre que les solutions de cette équation sont des fonctions sinusoïdales de la forme $x = a \sin(\omega t + \varphi)$, par conséquent M est animé d'un mouvement sinusoïdal de pulsation ω.

Remarques : Les constantes d'intégration a et φ sont déterminées si nous connaissons la position et la vitesse initiales (*à* $t = 0$) de M.

$x_0 = a \sin \varphi$; $\bar{v}_0 = a\omega \cos \varphi$, ce système de deux équations à deux inconnues permet d'évaluer a et φ.

- **Diagrammes.**

Les diagrammes des espaces, des vitesses et des accélérations sont des sinusoïdes.



Chute des corps P. 5

1 | CHUTE DANS L'AIR, CHUTE DANS LE VIDE

Pour étudier la chute dans le vide, nous utiliserons un long tube de verre dans lequel on peut faire un vide poussé (expérience de Newton).

Étudions la chute d'une bille de plomb (corps très dense) et d'une petite plume.

- Dans l'air, la chute semble complexe :

— la trajectoire d'un point de la bille est rectiligne, la trajectoire d'un point de plume est complexe;

— la bille tombe plus rapidement que la plume.

- Dans le vide la chute est simple :

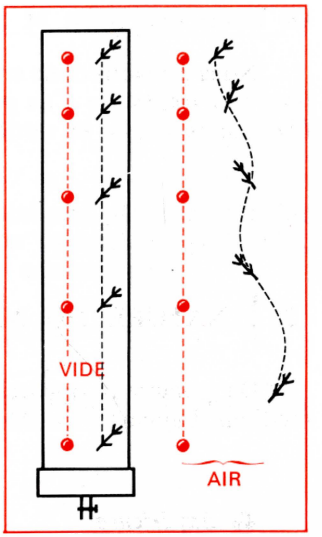
— les trajectoires d'un point de la bille et d'un point de la plume sont des droites parallèles;

— la bille et la plume s'accompagnent tout au long de leur chute.

Nous *appellerons* chute libre, la chute dans le vide.

Nous pouvons donc en déduire la première loi de chute libre.

En un lieu donné, tous les corps ont même mouvement de chute libre.



- Si on compare la chute de la bille dans l'air à la chute de la bille dans le vide, on s'aperçoit que la bille tombe de la même façon (tant que la chute n'est pas trop longue).

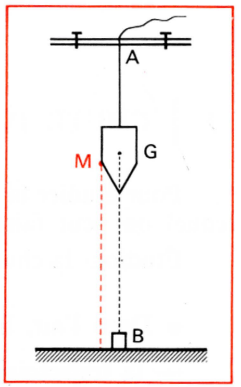
- Quel est donc le rôle de l'air?

Dans l'air un corps en mouvement subit trois forces : son poids (force pratiquement constante en direction, sens et intensité, la poussée d'Archimède due à l'air, une force résistante (dite résistance de l'air) qui dépend de la forme du corps et de sa vitesse.

Dans le vide un corps en mouvement subit une seule force : son poids. La chute libre est donc un mouvement dû uniquement au poids du corps qui tombe.

Au début de leur chute dans l'air, les corps denses, de forme aérodynamique subissent une poussée d'Archimède et une résistance de l'air négligeables devant leur poids : leur mouvement dans l'air est pratiquement le même que dans le vide.

2 | TRAJECTOIRE



— Un corps dense (cylindre de base conique) est suspendu par un fil souple dont on peut régler la longueur. A l'équilibre, la direction AG de ce fil à plomb matérialise la verticale du lieu.

— A l'aide de ce fil à plomb on dispose en B un morceau de craie sur la verticale issue de A.

— On remonte le corps. Lorsqu'on brûle le fil, le corps tombe en B, brise la craie, quelle que soit la longueur du fil : le centre de gravité G se déplace sur la verticale AB. De même tout point M du cylindre décrit une verticale.

Nous pouvons donc en déduire la deuxième loi de chute libre : *la trajectoire d'un point d'un corps tombant en chute libre est rectiligne et verticale.*

3 | NATURE DU MOUVEMENT

De nombreux appareils permettent l'étude expérimentale de la chute libre, étudions l'appareil de *Morin*.

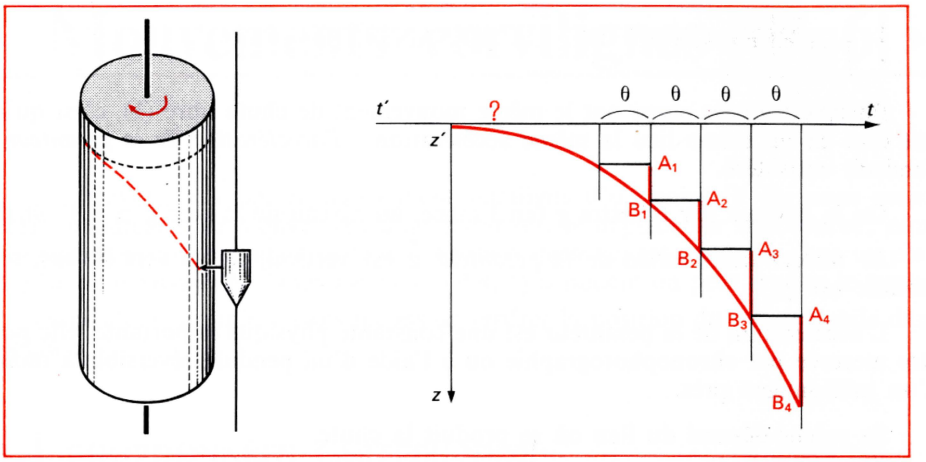
1 ***Expérience.***

Un cylindre recouvert de papier tourne à vitesse constante. Un corps dense et lourd inscrit sa chute grâce à un stylet appuyant légèrement sur le papier.

1er temps : le cylindre tourne, le corps reste bloqué. On obtient (après déroulement du papier) un axe $t't$: toute distance mesurée parallèlement à cet axe sera proportionnelle au temps.

2e temps : le corps tombe, le cylindre reste arrêté. On obtient un axe $z'z$, parallèlement on peut mesurer les hauteurs de chute z.

3e temps : le corps tombe, le cylindre tourne. On obtient une courbe sur laquelle l'origine des hauteurs est bien connue, alors que l'origine des temps, déterminée par le point de tangence de la courbe et de la droite $t't$, ne peut être déterminé avec exactitude.



2 ***Exploitation de la courbe obtenue.***

On trace des parallèles à zz' équidistantes qui définissent des intervalles de temps successifs et égaux θ. On constate que les distances parcourues A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4 ... pendant chaque θ sont en progression arithmétique.

$$A_2B_2 - A_1B_1 = A_3B_3 - A_2B_2 = A_4B_4 - A_3B_3 = \ldots$$

Nous pouvons donc en déduire la troisième loi de chute libre : *le mouvement de chute libre est uniformément accéléré.*

Remarques :

En appliquant la relation $r = \gamma\theta^2$ (r étant la raison, γ l'accélération) on pourrait en déduire γ en mesurant r et θ (ce qui nécessite la connaissance du nombre de tours par seconde effectués par le cylindre). Le résultat est assez approché.

• Nous verrons en exercice d'autres dispositifs tels la chronophotographie qui donne une très bonne mesure de l'accélération.

Disons quelques mots d'une expérience de cours assez précise utilisant une horloge électrique *mesurant directement* le temps t mis par le mobile pour parcourir une hauteur donnée de chute z. Un dispositif électrique permet de synchroniser le départ d'une bille avec la mise en marche de l'horloge, l'arrivée de la bille avec l'arrêt de l'horloge.

Aux erreurs expérimentales près, on constate que le quotient $\frac{z}{t^2}$ est constant, cette constante représentant la moitié de l'accélération.

4 | ACCÉLÉRATION DE LA PESANTEUR

Puisque tous les corps ont le même mouvement de chute libre (1), c'est qu'ils ont tous en un même lieu la même accélération : *l'accélération de la pesanteur* à l'endroit considéré.

On la désigne par la lettre g (en France, au niveau de la mer $g \simeq 9{,}81\ m/s^2$).

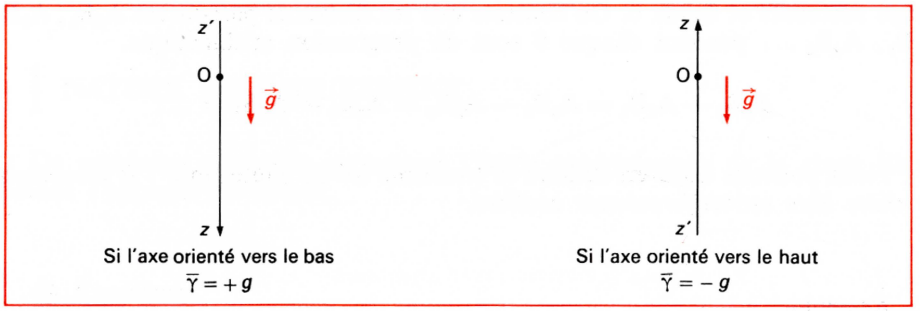
Le vecteur accélération de la pesanteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas, son module est g.

L'accélération de la pesanteur est une constante physique importante, elle peut être mesurée pai chronophotographie ou à l'aide d'un pendule réversible à moins d'un millionième près.

Sa valeur dépend du lieu où se produit la chute.

Remarques :

- On a souvent besoin de la *mesure algébrique de l'accélération de la pesanteur* sur un axe vertical donné. Nous appellerons $\bar{\gamma}$ cette mesure algébrique.



- L'origine des abcisses étant le point de départ et l'origine des dates l'instant de départ, l'équation horaire de chute libre se réduit à

$$z = \frac{1}{2}\bar{\gamma}t^2 \quad \begin{cases} \bar{\gamma} = +g \text{ si axe orienté vers le bas} \\ \bar{\gamma} = -g \text{ si axe orienté vers le haut} \end{cases}$$

- Nous verrons en exercices le cas d'une chute libre avec vitesse verticale ou oblique (dans ce cas la chute est dite parabolique).

Mouvements curvilignes P. 6

Nous avons examiné le mouvement rectiligne d'un point (P 4); nous considérons maintenant le mouvement d'un point qui se déplace sur une courbe; nous n'envisagerons que le cas où cette courbe (la *trajectoire*) est contenue dans un plan *(le plan du mouvement)*. Nous avons vu (P 4, 1) comment on peut repérer le temps.

Nous allons examiner trois façons de repérer la position du point mobile dans le plan :

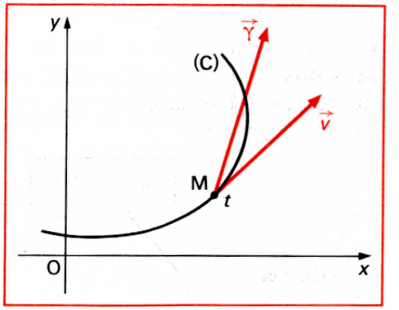
1 | COORDONNÉES CARTÉSIENNES

- **Équation horaire.**

On choisit un repère orthonormé $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ dans le plan du mouvement.

Les deux coordonnées du mobile M sont fonction du temps t, compté à partir d'une origine des temps que l'on a choisie :

$$\text{M} \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$



Ce sont les *équations horaires* du mouvement.

- **Équation de la trajectoire.**

L'équation dans $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ de la courbe (C) décrite par M s'obtient en éliminant le temps t entre les deux équations horaires.

Exemple : $x = f(t) \Rightarrow t = \varphi(x)$ d'où $y = g[\varphi(x)] = h(x)$.

- **Vecteur vitesse $\vec{v}$.**

Il est obtenu en dérivant $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$.

On démontre que les composantes de ce vecteur sont $\vec{v} \begin{cases} \overline{v_x} = x' \\ \overline{v_y} = y' \end{cases}$

Propriété : On démontre que : le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire; il indique le sens du mouvement.

● **Vecteur accélération $\vec{\gamma}$.**

Il est obtenu en dérivant le vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{\gamma} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

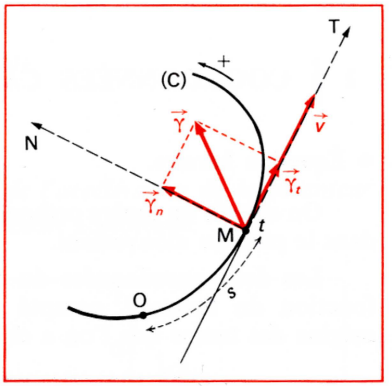
Les composantes de ce vecteur sont donc : $\vec{\gamma} \begin{cases} \overline{\gamma_x} = \overline{v'_x} = x'' \\ \overline{\gamma_y} = \overline{v'_y} = y'' \end{cases}$

2 | COORDONNÉE CURVILIGNE

● **Équation horaire.**

La trajectoire elle-même sert de repère : une équation horaire suffit alors. On choisit un sens positif et une origine des espaces O. La longueur de l'arc de courbe $\overset{\frown}{OM}$ est le module de *l'abscisse curviligne s*. Sur la figure $\overset{\frown}{OM}$ a le sens positif, donc s est positif. s est une fonction du temps t caractérisée par l'équation horaire du mouvement

$$s = f(t)$$



● **Vitesse.**

Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est porté par la tangente à la trajectoire, que nous orientons, conformément au sens positif choisi sur la trajectoire. On démontre que la mesure algébrique $\bar{v}$ de $\vec{v}$ sur $\overrightarrow{MT}$ est donnée par :

$$m/s \quad \boxed{\bar{v} = \frac{ds}{dt}}$$

$\bar{v}$ est appelé la *vitesse linéaire*.
Si $\bar{v}$ est constant le mouvement est uniforme.

● **Accélération.**

Soit $\overrightarrow{MN}$ la normale à la trajectoire orientée vers sa concavité, r le rayon de courbure de la trajectoire; on démontre que les composantes du vecteur accélération dans $(\overrightarrow{MT}, \overrightarrow{MN})$ sont données par

$$\vec{\gamma} \begin{cases} \overline{\gamma_t} = \dfrac{d\bar{v}}{dt} \\ \overline{\gamma_n} = \dfrac{v^2}{r} \end{cases}$$

composante *tangentielle*

composante *normale*

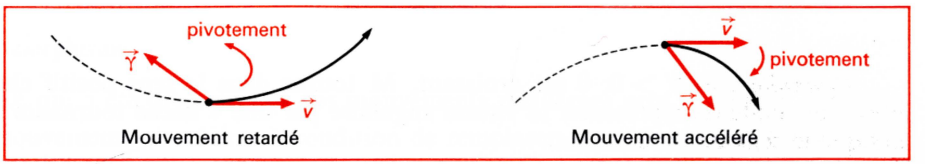
PROPRIÉTÉ

— L'accélération tangentielle $\vec{\gamma}_t$ joue le même rôle que $\vec{\gamma}$ dans le mouvement rectiligne. Sur la figure le mouvement de M est accéléré $(\vec{v} \cdot \vec{\gamma}_t < 0)$. Si $\vec{\gamma}_t$ est constant le mouvement est uniformément varié.

— La composante normale $\vec{\gamma}_n$ est toujours positive, $\vec{\gamma}$ est donc dirigé vers la concavité de la traiectoire.

— L'accélération normale $\vec{\gamma}_n$ indique dans quel sens pivote le vecteur vitesse (pour la figure le vecteur vitesse pivote donc dans le sens trigonométrique).

— En résumé le vecteur accélération permet de prévoir :
que le vecteur vitesse va s'allonger (accélération) ou se raccourcir (décélération);
dans quel sens il va pivoter.



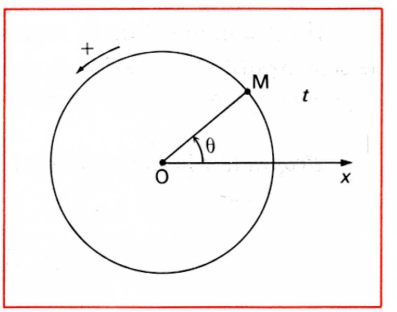
REMARQUE

Si le mouvement est rectiligne le rayon de courbure r est infini, l'accélération normale est nulle.

3 | COORDONNÉE ANGULAIRE

Lorsqu'un point se déplace sur un cercle (il peut n'en décrire qu'une partie), son mouvement est dit *circulaire*.

On choisit une direction origine $\overrightarrow{Ox}$; l'angle $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$ est appelé l'abscisse angulaire de M.



● **Équation horaire.**

θ est une fonction du temps t caractérisée par l'équation horaire du mouvement

$$\theta = f(t)$$

REMARQUE

L'équation horaire détermine θ sans ambiguïté, mais deux valeurs de θ différant de $2k\pi$ *rd* (k entier) correspondent à deux passages de M par le même point du cercle.

- **Vitesse angulaire.**

Elle est obtenue en dérivant l'équation horaire

$$rd/s \qquad \boxed{\overline{\omega} = \theta' = \frac{d\theta}{dt}} \qquad \frac{rd}{s}$$

On peut aussi l'évaluer en tours par seconde; elle est alors désignée par la lettre N. Puisque 1 tour $= 2\pi$ radians

$$rd/s \qquad \boxed{\omega = 2\pi N} \qquad tr/s$$

Propriété : Si $\theta' > 0$, θ est croissant, M tourne dans le sens positif choisi : il est commode de représenter la vitesse angulaire par une « flèche tournante » qui indique le sens du mouvement.

- **Accélération angulaire.**

Elle est obtenue en dérivant la vitesse angulaire par rapport au temps :

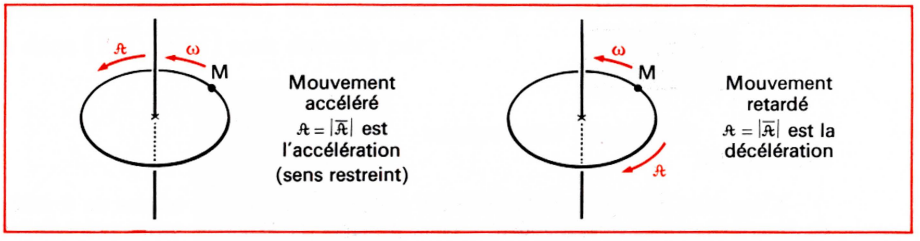
$$rd/s^2 \qquad \boxed{\overline{\mathscr{A}} = \theta'' = \frac{d\overline{\omega}}{dt}} \qquad \frac{rd/s}{s}$$

Il est commode de la représenter par une « flèche tournante » qui a, ou non, le sens positif choisi, selon le signe de $\overline{\mathscr{A}}$.

Propriété : la discussion est la même que pour les mouvements rectilignes.

Si $\overline{\mathscr{A}} \cdot \overline{\omega} > 0$ mouvement accéléré;

$\overline{\mathscr{A}} \cdot \overline{\omega} < 0$ mouvement retardé.

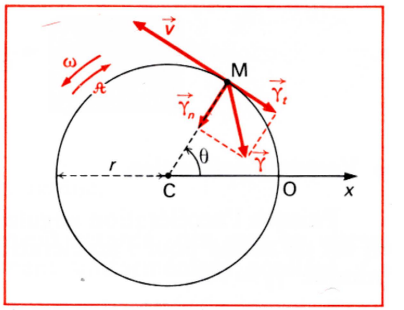


• Passage des coordonnées angulaires aux coordonnées curvilignes.

Soit r le rayon de la trajectoire circulaire.
L'angle de centre θ découpe l'arc $\overset{\frown}{OM}$, donc

en dérivant $\Rightarrow$
en dérivant $\Rightarrow$
en remplaçant dans $\overline{\gamma_n} = \frac{v^2}{r}$ $\Rightarrow$

$s = r\theta$	rd
$\bar{v} = r\bar{\omega}$	rd/s
$\overline{\gamma_t} = r\bar{\mathscr{A}}$	rd/s^2
$\overline{\gamma_n} = r\omega^2$	



• Isomorphisme.

Ce qui a été dit à propos des mouvements rectilignes peut se répéter à propos des mouvements circulaires à condition de remplacer x par θ, $\bar{v}$ par $\bar{\omega}$ et $\bar{\gamma}$ par $\bar{\mathscr{A}}$.

On étudiera ce qui suit en s'aidant des tableaux récapitulatifs des pages 39 et 40.

4 | MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

• Définition.

C'est un mouvement au cours duquel la vitesse angulaire est constante, donc $\bar{v}$ également puisque $\bar{v} = r\bar{\omega}$.

Conséquences immédiates : l'accélération angulaire est nulle, le point tourne toujours dans le même sens.

• Équation horaire.

$$\theta = \omega t + \theta_0$$

θ_0 : abscisse angulaire initiale

• Propriété caractéristique.

L'angle de rotation est proportionnel à la durée du mouvement

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega$$

La durée d'un tour T est constante et égale d'après la relation précédente ($\Delta\theta = 2\pi$; $\Delta t = T$) à

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

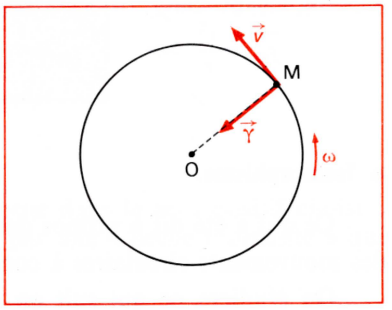
c'est la période du mouvement.

- **Vecteur accélération.**

Puisque l'accélération angulaire est nulle, il en est de même pour l'accélération tangentielle puisque $\gamma_t = r\mathscr{A}$.

Le vecteur accélération est donc normal au cercle, dirigé vers la concavité, c'est-à-dire vers le centre O; il est *centripète*.

Puisque $\vec{\gamma} = \overrightarrow{\gamma_n}$, le module de $\vec{\gamma}$ est donné par $\gamma = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$: *il est constant.*



REMARQUE

Le mouvement est uniforme mais l'accélération $\vec{\gamma}$ n'est pas nulle : le vecteur vitesse varie puisqu'il change constamment de direction.

5 | MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORMÉMENT VARIÉ

- **Définition.**

C'est un mouvement au cours duquel l'accélération angulaire est constante (non nulle).

- **Vitesse angulaire.**

$$\overline{\omega} = \overline{\mathscr{A}}\,t + \overline{\omega_0}$$

ω_0 : vitesse angulaire initiale.

- **Propriété caractéristique.**

La variation de la vitesse angulaire est proportionnelle à l'intervalle de temps durant lequel elle s'est produite.

variations quelconques $\quad \frac{\Delta\overline{\omega}}{\Delta t} = \overline{\mathscr{A}}$

- **Équation horaire.**

$$\theta = \frac{1}{2}\overline{\mathscr{A}}t^2 + \overline{\omega_0}t + \theta_0$$

θ_0 : abscisse angulaire initiale.

- **Description du mouvement** théorique de durée infinie.

Le point tourne d'un mouvement uniformément retardé, dès que sa vitesse s'annule il repart en sens inverse d'un mouvement uniformément accéléré. Ce mouvement n'est pas périodique.

- **Propriété caractéristique.**

La variation du carré de la vitesse angulaire est proportionnelle à l'angle de rotation

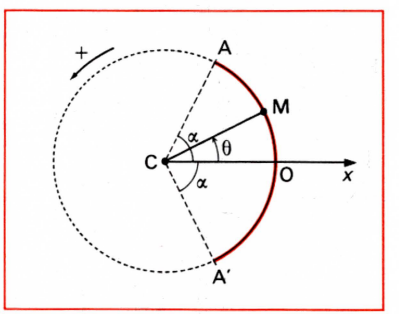
$$\Delta(\overline{\omega^2}) = 2\overline{\mathscr{A}}\Delta\theta$$

6 | MOUVEMENT SINUSOIDAL DE ROTATION

- **Équation horaire.**

$$\theta = \alpha \sin(\omega t + \varphi)$$

α et ω sont positifs.



- **Amplitude angulaire** α (en radians).

Si $\alpha < \pi$ le point oscille sur l'arc $\overset{\frown}{AA'}$ autour de O qui est le centre du mouvement.

Si $\alpha > \pi$ le point effectue un ou plusieurs tours dans un sens puis dans l'autre au cours d'une oscillation.

- **La phase** $(\omega t + \varphi)$ (en radians).

Lorsque la phase augmente de 2π, le même mouvement se reproduit; cela correspond à une augmentation de temps de $T = \frac{2\pi}{\omega}$ qui est la période du mouvement, ω étant la pulsation.

- **Vitesse angulaire $\overline{\Omega}$:** $\overline{\Omega} = \theta' = \alpha\omega \cos(\omega t + \varphi)$.

Remarque : On ne confondra pas la pulsation ω, constante, et la vitesse angulaire $\overline{\Omega}$, variable (d'où la notation $\overline{\Omega}$ pour désigner la vitesse angulaire d'un mouvement sinusoïdal de rotation). Ces deux grandeurs s'évaluent en *rd/s*.

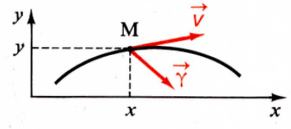
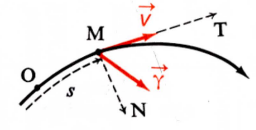
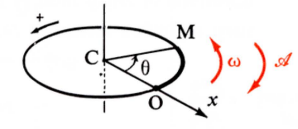
- **Accélération angulaire $\overline{\mathscr{A}}$** $\boxed{\overline{\mathscr{A}} = \overline{\Omega}' = -\omega^2\theta}$

L'accélération angulaire est proportionnelle à l'élongation et de signe contraire.

Remarque : Réciproquement, l'équation horaire de ce mouvement est solution de l'équation différentielle

$$\theta'' + \omega^2\theta = 0$$

LES 3 TYPES DE COORDONNÉES

	I : cartésiennes ↓	II : curvilignes ↓	III : angulaires ↓
figures →			
trajectoire →	plane à déterminer	connue à priori : sert de repère	cercle connu à priori : sert de repère
équations horaires →	$x = f(t)$ $y = g(t)$. En éliminant t on trouve l'équation de la trajectoire $y = h(x)$.	$s = f(t)$ s : abscisse curviligne	$\theta = f(t)$ θ : abscisse angulaire
vitesse →	$\vec{v}$, tangent à la trajectoire, a pour composantes $v_x = x' = \frac{dx}{dt}$ $v_y = y' = \frac{dy}{dt}$ (m/s)	$\bar{v}$, tangent à la trajectoire, a pour mesure algébrique $\bar{v} = s' = \frac{ds}{dt}$ (m/s)	$\bar{\omega} = \theta' = \frac{d\theta}{dt}$ vitesse angulaire *(rd/s)*
accélération →	$\vec{\gamma}$ a pour composantes $\begin{cases} \bar{\gamma}_x = x'' \\ \bar{\gamma}_y = y'' \end{cases}$ (m/s²)	$\vec{\gamma}$ a pour composantes $\begin{cases} \bar{\gamma}_t = \bar{v}' = \frac{d\bar{v}}{dt} \\ \bar{\gamma}_n = \frac{v^2}{r} \end{cases}$ (m/s²)	$\bar{\mathscr{A}} = \theta'' = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$: accélération angulaire *(rd/s²)*

COMMENT UTILISER CES COORDONNÉES SUIVANT LA TRAJECTOIRE

La trajectoire n'est pas connue ↓ d'avance

On utilisera I, ce qui permettra d'en déduire l'équation de la trajectoire.

Exemple : m^t parabolique.

La trajectoire est une droite ↓

On utilisera I ou II, ce qui conduit aux mêmes équations :

O M $\quad \overline{OM} = x = s$

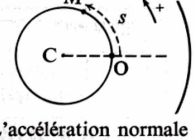
$\bar{v} = \overline{v_x} = \frac{dx}{dt}$ $\quad \overline{\gamma_x} = \overline{\gamma_t} = \frac{dv}{dt}$

Remarquons que

$\overline{\gamma_n} = 0$ (car $r = \infty$)

La trajectoire est un cercle (de rayon r) ↓

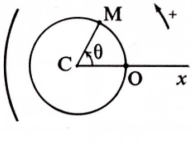
On utilisera II ou III. Remarquons les passages :



$s = r\theta$

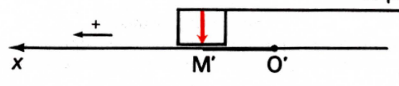
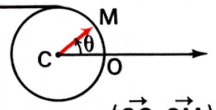
$\bar{v} = r\bar{\omega}$

$\gamma_t = r\mathscr{A}$



L'accélération normale $\overline{\gamma_n} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$.

ISOMORPHISME entre les mouv^ts rect. (coord. cartésiennes) et les mouv^ts circul. (coord. angulaires)

	RECTILIGNES ↓	Relation de passage ↓	CIRCULAIRES ↓
Exemple où un mouvement rectiligne est lié à un mouvement circulaire. →	fil qui se déroule de la gorge d'une poulie  $\overline{O'M'} = x \quad (m)$	$m \longrightarrow x = r\,\theta \longleftarrow rd$ (en remarquant $\overline{O'M'} = \overline{OM}$)	 $(\vec{CO}, \vec{CM}) = \theta \quad (rd)$
Mouvements uniformes →	vitesse $\bar{v}$ est constante en m/s $x = \bar{v}t + x_0 \quad \bar{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$	$\bar{v} = r\bar{\omega}$	vitesse $\bar{\omega}$ est constante en rd/s $\theta = \bar{\omega}t + \theta_0 \quad \bar{\omega} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ $\bar{\omega} = 2\pi N$ N en tr/s
Mouvements uniformément variés →	l'accélération $\bar{\gamma}$ est constante (en m/s^2) $x = \dfrac{1}{2}\bar{\gamma}t^2 + \bar{v}_0 t + x_0$ $v = \bar{\gamma}t + v_0; \quad \bar{\gamma} = \dfrac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}$ $\Delta(v^2) = v_2^2 - v_1^2 = 2\bar{\gamma}\Delta x$ Les distances parcourues pendant des intervalles de temps successifs et égaux à θ, forment une suite arithmétique de raison $r = \gamma\theta^2$	$\bar{\gamma} = r\bar{\mathscr{A}}$	l'accélération $\bar{\mathscr{A}}$ est constante (en rd/s^2) $\theta = \dfrac{1}{2}\bar{\mathscr{A}}t^2 + \bar{\omega}_0 t + \theta_0$ $\bar{\omega} = \bar{\mathscr{A}}t + \bar{\omega}_0; \quad \bar{\mathscr{A}} = \dfrac{\Delta\bar{\omega}}{\Delta t}$ $\Delta(\omega^2) = \omega_2^2 - \omega_1^2 = 2.\bar{\mathscr{A}}\Delta\theta$ — propriété peu utilisée
Mouvements → sinusoïdaux	$x = a \sin(\omega t + \varphi)$ x et a en mètres $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi N$ $\bar{v} = x' \quad \bar{\gamma} = -\omega^2 x$	$\omega t + \varphi$ = phase ω pulsation rd/s N en Hertz	$\theta = \alpha \sin(\omega t + \varphi)$ θ et α en rd $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi N$ $\bar{\Omega} = \theta' \quad \bar{\mathscr{A}} = -\omega^2\theta$ *Danger :* Noter la vitesse angulaire dans ce mouvement $\bar{\Omega}$ pour éviter la confusion avec la pulsation ω.
Cas général	N'oublions pas que, pour tout mouvement rectiligne $\bar{v} = x' \quad \bar{\gamma} = \overline{v'} = x''$		pour tout mouvement circulaire $\bar{\omega} = \theta' \quad \bar{\mathscr{A}} = \overline{\omega'} = \theta''$

Principe fondamental de la dynamique P. 7

1 | POINT MATÉRIEL

• Un point matériel est un objet dont les dimensions sont

— théoriquement, nulles;

— pratiquement, négligeables par rapport aux dimensions des déplacements considérés.

EXEMPLES

— Un électron (10^{-13} *cm*) en mouvement dans un tube (quelques *cm*); la Terre (10^{4} *km*) en mouvement autour du soleil (10^{8} *km*) peuvent être assimilés alors à des points matériels.

— Par contre la Terre dans son mouvement de rotation propre ne peut être considérée comme un point matériel : les trajectoires de ses différents points sont du même ordre de grandeur que la Terre elle-même.

• Lorsqu'un point matériel est soumis à plusieurs forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ (qui sont nécessairement concourantes), nous admettrons qu'il est permis, comme en statique, de remplacer ces forces concourantes par leur somme vectorielle

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \text{ : } \vec{F} \text{ est la résultante de } \vec{F}_1 \text{ et } \vec{F}_2$$

• Le mouvement d'un point matériel dépend évidemment des forces qui lui sont appliquées, de quelle façon? C'est là un problème de *dynamique :* la dynamique étant l'étude de la corrélation existant entre les forces appliquées et le mouvement du corps soumis à ces forces.

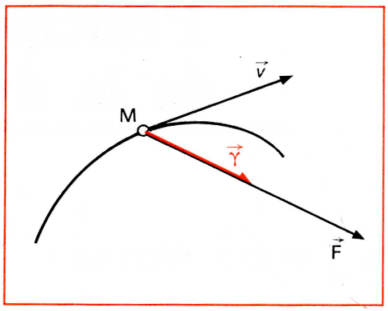
EXEMPLES

— Lorsqu'un véhicule démarre, l'accélération est d'autant plus importante que la force de traction est plus intense.

— Lorsqu'on lance une pierre : le poids de la pierre peut l'accélérer, la freiner, modifier sa trajectoire.

Ces problèmes de dynamique peuvent être résolus grâce au principe fondamental de la dynamique.

2 | PRINCIPE FONDAMENTAL

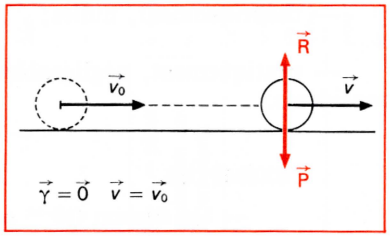


On a été conduit à énoncer le principe suivant qui se trouve vérifié par toutes ses conséquences :

Lorsqu'une force $\vec{F}$ s'exerce sur un point matériel, elle imprime à ce point une accélération $\vec{\gamma}$ colinéaire, de même sens que $\vec{F}$, proportionnelle à F.

En résumé $\vec{F} = k\vec{\gamma} \quad k > 0$.

3 | « PRINCIPE » D'INERTIE



- **Expérience.**

Lorsqu'on lance, sans effet, une bille de billard, elle prend un mouvement rectiligne uniforme.

- **Interprétation.**

La bille est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la réaction du plan $\vec{R}$. Ces deux forces s'équilibrent.

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad \text{donc} \quad \vec{\gamma} = \vec{0}$$

Remarque.

— Au départ la bille subit une poussée de la queue de billard; il ne faut pas confondre cette force avec la vitesse initiale $\vec{v_0}$ qui n'en est que l'effet (il est prudent de représenter les vecteurs force, vitesse et accélération avec des couleurs différentes).

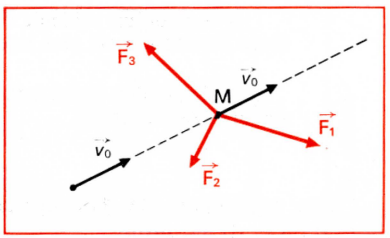
— Sous l'action des deux forces $\vec{P}$ et $\vec{R}$, la bille peut également rester immobile, en équilibre, sur le plan.

- **Conclusion.**

Soit trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ agissant sur le point matériel M.

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = k\vec{\gamma}$$

Si $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$; $\vec{\gamma} = \vec{0}$. On démontre en intégrant que $\vec{v}$ est constant, puis que le mouvement est rectiligne.



● **Énoncé.**

Un point matériel soumis à un ensemble de forces qui s'équilibrent est : au repos ou animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

REMARQUES

— Ce « principe » se déduit du principe fondamental, ce n'est donc pas un principe mais un théorème (d'où les guillemets). L'usage a conservé cette dénomination.

— En l'absence de forces un point matériel conserve son repos, sa vitesse : la matière est *inerte*, elle ne peut modifier son mouvement que sous l'action d'objets extérieurs.

— Nous voyons qu'un mouvement rectiligne uniforme est une suite d'états d'équilibre.

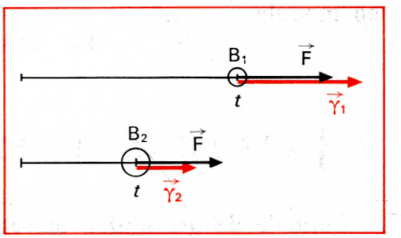
4 | MASSE ET INERTIE D'UN POINT MATÉRIEL

● **Expérience.**

Considérons deux billes d'acier, B_1 et B_2. B_2 a un volume, donc une masse double $m_2 = 2m_1$

Les deux billes, initialement immobiles, sont entraînées par deux forces égales (F). L'expérience (exécutée d'une manière moins simpliste que celle qui est représentée) montre que l'accélération γ_2 de B_2 est la moitié de γ_1 :

$$\gamma_2 = \frac{1}{2}\gamma_1$$



● **Interprétation.**

— $F = k_1\gamma_1 = k_2\gamma_2 \implies 2k_1 = k_2$. La constante k_2 de B_2 est deux fois plus grande que k_1, ce qui se traduit par une accélération γ_2, deux fois plus petite, c'est-à-dire une mise en mouvement plus difficile. B_2 a une *inertie* plus grande que B_1, k_2 et k_1 mesurent les inerties de B_2 et B_1.

— Comme $2k_1 = k_2$ et que $2m_1 = m_2$, on en déduit $\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1}$.

D'une manière générale l'inertie d'un point matériel est proportionnelle à sa masse.

— *Unité d'inertie :* choisissons comme unité d'inertie, l'inertie du cylindre de platine utilisé pour la définition du kilogramme. Pour cet objet $m_0 = 1$ kg et $k_0 = 1$ unité qu'on appelle aussi kilogramme.

— Avec ce choix d'unité la masse et l'inertie d'un point matériel s'expriment par le même nombre; en effet : $\frac{k}{k_0} = \frac{m}{m_0}$; comme $k_0 = 1$, $m_0 = 1$, $k = m$.

A partir de maintenant la lettre m désignera aussi bien l'inertie en kg que la masse en kg.

5 | RELATION FONDAMENTALE

— La relation résumant le principe fondamental s'écrit maintenant

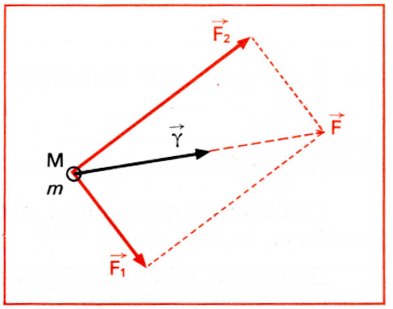
$$\vec{F} = m\vec{\gamma}, \text{ d'où en modules } F = m\gamma$$

— *Unité de force :* si $m = 1$ kg et $\gamma = 1$ m/s², F est par définition égale à un *newton* (N). Le newton est l'intensité d'une force qui communique à un point matériel de masse 1 kg une accélération de un m/s².

• **Conclusion.**

Si un point matériel de masse m, subit des forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, son accélération $\vec{\gamma}$ est donnée par

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = m\vec{\gamma}$$



Si $\vec{F}$ est la résultante des 2 forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$

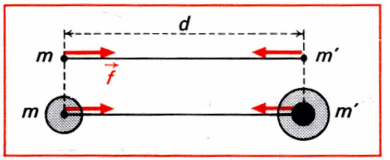
en module $F = m\gamma$

N kg m/s²

6 | CAS DE LA PESANTEUR

• **Formule de gravitation universelle.**

Deux points matériels de masse m et m' situés à la distance d l'une de l'autre s'attirent avec une force d'intensité.



$$f = \frac{\varepsilon m m'}{d^2}$$

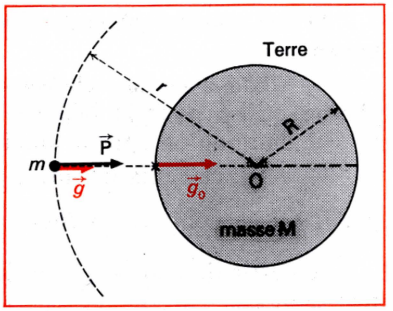
On montre que cette formule s'applique aussi aux corps sphériques homogènes ou formés de couches sphériques homogènes. ε est la constante de gravitation. $\varepsilon = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ u SI.

• **Poids d'un corps.**

— Soit une masse m (ponctuelle par rapport à la Terre) située à la distance r du centre de la Terre.

— Supposons la Terre formée de couches sphériques homogènes.

— Négligeons la force centrifuge due à la rotation de la Terre (P 12).



Le poids est la force d'attraction exercée sur le corps par la Terre de masse M :

$$(M = 6.10^{24}\ \text{kg})$$

$$P = \frac{\varepsilon m M}{r^2} \quad (1)$$

- **Accélération de la pesanteur.**

La masse m précédente en chute libre prend l'accélération $\vec{g}$ sous l'action de son poids : $\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$ d'où $\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$, en module $g = \frac{P}{m}$.

En tenant compte de (1) $g = \frac{\varepsilon M}{r^2}$, à la surface de la Terre $r = R$ et $g = g_0$ d'où $g_0 = \frac{\varepsilon M}{R^2}$, en faisant le rapport $\boxed{\frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{r^2}}$

Remarque : en un lieu donné Δr est négligeable devant r : g est pratiquement constant.

7 | CHOIX DU REPÈRE

Le mouvement d'un point matériel ne peut se définir que par rapport à un repère, cela est vrai en particulier pour sa vitesse et son accélération.

Exemple : Un voyageur parcourant le couloir d'un wagon a une vitesse de 5 km/h par rapport au repère « wagon », de 100 km/h par rapport au repère « sol ».

La relation fondamentale de la dynamique fait intervenir l'accélération $\vec{\gamma}$ des points matériels, par rapport à quel repère doit-elle être déterminée?

En première approximation, la Terre (ou tout système d'axes lié à la Terre) constitue un repère satisfaisant pour l'étude des mouvements localisés sur la surface terrestre.

En toute rigueur, les astronomes définissent un système d'axes dits « de Copernic » par rapport auxquels ils étudient les mouvements des planètes. Dans ce repère les mouvements des planètes sont en excellent accord avec la relation fondamentale de la dynamique.

Théorème du centre de gravité P. 8

1 | SYSTÈME DE POINTS MATÉRIELS

Lorsqu'un objet ne peut être considéré comme un point matériel. (*Exemple :* solide en rotation) nous pouvons le découper en cubes élémentaires suffisamment petits pour que chacun d'eux soit assimilable à un point matériel. Dans cette optique, tout objet, ou ensemble d'objets nous apparaît comme un *système de points matériels.*

Un solide est un système *indéformable.* Un coureur, une bicyclette, un jet de fluide sont des systèmes *déformables.* Ce qui suit dans les paragraphes 1 et 2, concerne tous les systèmes qu'ils soient déformables ou non.

Du point de vue mécanique, un système a des caractéristiques importantes, lesquelles?

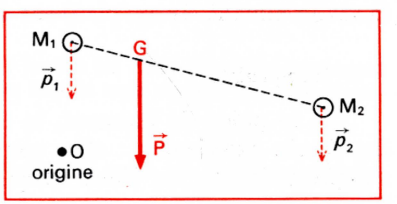
- **Sa masse.**

C'est la somme des masses de ses différentes parties, nous écrirons $M = \Sigma m$ (lire somme de m).

- **Son centre de gravité G.**

Considérons deux points matériels de masse m_2 et m_2.

Soit O un point de l'espace que nous utilisons comme origine. Le centre de gravité G du système (M_1, M_2) est donné par



$$(m_1 + m_2)\,\overrightarrow{OG} = m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}$$

On démontre que la position de G ne dépend pas du choix de O.

Propriété :

La résultante des poids des points d'un système s'applique en G (voir cours de Seconde).

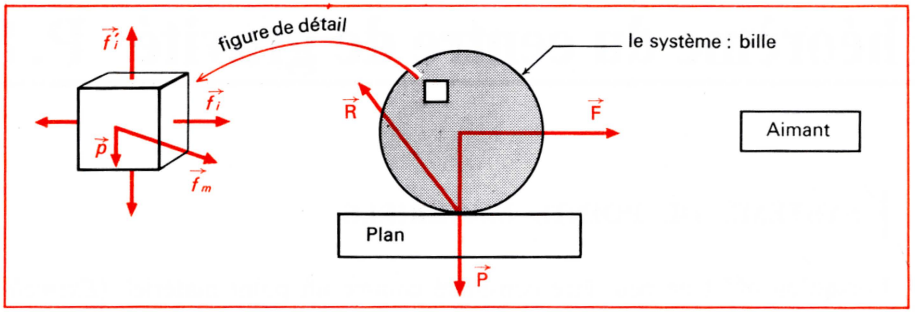
Ici le poids du système $\vec{P} = \vec{p_1} + \vec{p_2} = m_1\vec{g} + m_2\vec{g}$ s'applique en G.

- **Forces intérieures et extérieures.**

Rappelons qu'une force est toujours exercée par un objet sur un autre objet. Les points d'un système subissent des forces qu'il est commode de classer.

Raisonnons sur un exemple.

Considérons une bille d'acier, reposant sur un plan, attirée par un aimant.



Chaque cube élémentaire subit les forces suivantes :

— des forces d'attraction $\vec{f_i}$, $\vec{f'_i}$ ... exercées par ses voisins, ces forces assurent la cohésion de l'acier;

— une force d'attraction magnétique de la part de l'aimant $\vec{f_m}$;

— une force de gravitation due à la Terre, c'est le poids $\vec{p}$ de ce point matériel.

Signalons que le point de contact avec le plan subit en plus une force de contact $\vec{R}$ exercée par le plan.

Les forces de cohésion $\vec{f_i}$ s'exercent entre des points appartenant au système " bille "; ce sont des *forces intérieures* (d'où l'indice i).

Les forces $\vec{f_m}$, $\vec{p}$, $\vec{R}$ sont exercées par des objets n'appartenant pas au système (à savoir aimant, Terre, plan) sur des points du système, ce sont des *forces extérieures.*

Remarques :

— le poids de l'aimant, la force exercée par la bille sur le plan ne sont pas des forces extérieures : elles sont *sans relation* avec le système bille, car elles ne s'appliquent pas sur l'une de ses parties;

— dans le système (bille-aimant), les forces $\vec{f_m}$ sont intérieures. Avant de classer des forces, il faut donc définir soigneusement un système;

— il peut être commode de remplacer certains ensembles de forces par leur résultante, ici une force magnétique.

$$\vec{F} = \Sigma \vec{f_m} \text{ et le poids de la bille } \vec{P} = \Sigma \vec{p}$$

— Rappelons le principe de l'action et de la réaction :

Si un objet A exerce une force $\vec{F}$ sur un objet B, alors B exerce la force $-\vec{F}$ sur A.

Attention, ces deux forces qui s'appliquent sur des objets différents ne s'équilibrent pas; ce principe s'applique en toute circonstance qu'il y ait équilibre ou non. En vertu de ce principe, les forces intérieures d'un système sont opposées deux à deux, leur somme vectorielle est donc nulle

$$\Sigma \vec{f_i} = \vec{0}$$

2 | THÉORÈME DU CENTRE DE GRAVITÉ

C'est une conséquence du principe fondamental de la dynamique. La démonstration, hors du programme, ne figure pas dans ce cours.

Énoncé : Le centre de gravité d'un système de points matériels se déplace comme si :

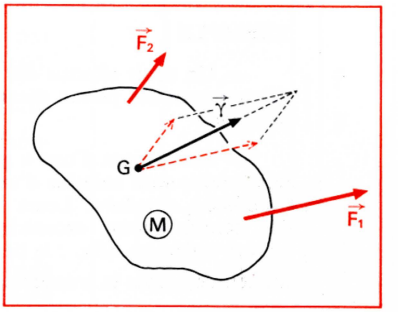
— *la masse du système y était concentrée;*

— *les forces extérieures, appliquées au système, y étaient appliquées.*

Nous pouvons donc considérer le centre de gravité comme un point matériel, d'après la relation fondamentale de la dynamique

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = M\vec{\gamma}$$

Plus généralement $\Sigma \vec{F}_{ext} = M\vec{\gamma}$



REMARQUES

● La somme vectorielle est associative, cela justifie les deux dernières remarques du paragraphe 1, et montre pourquoi il n'y a pas lieu de tenir compte des forces intérieures $\left(\Sigma \vec{F}_i = \vec{0}.\right)$

● Par contre, l'emploi de la relation fondamentale exige un *inventaire* complet des forces extérieures :

— forces d'action à distance : poids, forces électriques, magnétiques...

— forces de contact : tout objet qui touche le système en exerce.

● Lorsque l'on considère des résultantes, ne pas compter deux fois les mêmes forces. (Exemple ci-dessus : si $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$, écrire $\vec{F_1} + \vec{F_2} = M\vec{\gamma}$ ou $\vec{F} = M\vec{\gamma}$, mais pas $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F} = M\vec{\gamma}$).

● Ce théorème nous renseigne sur le mouvement du centre de gravité du système G; il ne nous dit pas ce que fait le système autour de G :

il peut tourner autour de G (boule de billard);

il peut se déformer autour de G : lorsqu'un chat tombe en chute libre sans vitesse initiale, son centre de gravité décrit une verticale, le chat effectue des contorsions autour de G qui l'amènent au sol sur ses pattes.

● Si un système est en équilibre G est immobile, donc $\vec{\gamma} = \vec{0}$, donc $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$, c'est une condition *nécessaire* d'équilibre.

Réciproquement, si la somme des forces extérieures appliquées à un système est nulle, son centre de gravité est immobile ou animé d'un mouvement rectiligne et uniforme. C'est une généralisation du « principe d'inertie ». (*Exemple :* boule de billard qu'il n'est plus utile de considérer comme un point matériel.)

3 | MOUVEMENT DE TRANSLATION

• Définition.

Un système est animé d'un mouvement de translation lorsque tous ses points ont le même mouvement : le système ne se déforme pas (c'est le plus souvent un solide), il ne pivote pas sur lui-même, il conserve son orientation initiale.

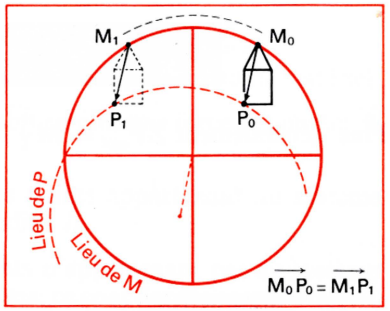
D'une manière plus précise : si M et P sont deux points du système, le vecteur $\overrightarrow{MP}$ reste équipollent à lui-même au cours du mouvement.

EXEMPLE

— Un tiroir effectue des *translations rectilignes*, tous ses points décrivent des droites parallèles.

— Les cabines d'une « grande roue » de fête foraine sont animées d'un mouvement de *translation circulaire*. Leurs points décrivent des cercles égaux, excentriques, les parois restent verticales. (*Ex.* : le lieu de P se déduit du lieu de M par la translation $\overrightarrow{MP}$.)

Par contre, la grande roue elle-même (en rouge) est animée d'un mouvement de *rotation*, ses points décrivent des cercles coaxiaux, de rayons différents, un rayon vertical à un instant donné ne le reste pas.



• Conséquences.

A chaque instant, tous les points d'un système en translation ont la même vitesse $\vec{v}$, la même accélération $\vec{\gamma}$ (on parle alors de *la* vitesse, de *l'*accélération du système). Il suffit donc d'étudier le mouvement de G en appliquant la relation fondamentale pour connaître le mouvement de tous les points du système.

4 | EN RÉSUMÉ

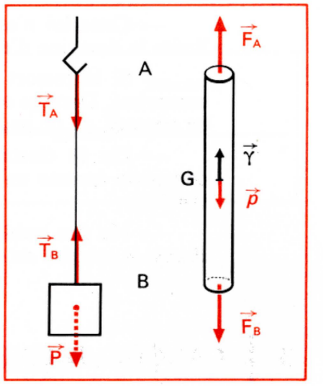
Il est possible d'utiliser le théorème du centre de gravité pour n'importe quel système.

— Pour un solide en translation ou à la limite pour le point matériel : le théorème ne laisse aucune indétermination, le mouvement de chaque point du système étant le même que le mouvement de G.

— Au contraire pour les solides en rotation autour d'un axe fixe. (*Ex.* : voiture en virage), pour les solides en mouvement complexe (bille qui roule sans glisser, cylindre d'un « yoyo ») et pour les systèmes déformables, le théorème ne permet d'étudier que le mouvement de G, il laisse indéterminé le mouvement du système autour de G.

Tension P. 9

2 | DÉFINITION



• Considérons un fil de masse m qui soutient un corps. Il subit trois forces :

— son poids $\vec{p}$;

— deux forces de contact $\overrightarrow{F_A}$ et $\overrightarrow{F_B}$ exercées par le crochet et par le corps (voir schéma du fil grossi).

Supposons ce système en mouvement vers le haut (ou le bas), soit $\vec{\gamma}$ l'accélération. Appliquons le théorème du centre de gravité

$$\overrightarrow{F_A} + \vec{p} + \overrightarrow{F_B} = m\vec{\gamma}$$

Dans la plupart des cas la masse et le poids du fil sont négligeables par rapport aux autres masses et poids en présence :

Dès lors $\overrightarrow{F_A} + \overrightarrow{F_B} = \vec{0} \implies \overrightarrow{F_A} = -\overrightarrow{F_B}$ (1).

• Les deux forces $\overrightarrow{F_A}$ et $\overrightarrow{F_B}$ qui tendent le fil ont une même intensité appelée *tension* du fil $F_A = F_B = T$. La tension se mesure en newtons.

• ***Conséquence.*** Le fil exerce sur le crochet une force $\overrightarrow{T_A}$ et sur le corps une force $\overrightarrow{T_B}$. D'après le principe de l'action et de la réaction $\overrightarrow{T_A} = -\overrightarrow{F_A}$ et $\overrightarrow{T_B} = -\overrightarrow{F_B}$, donc, en tenant compte de la relation (1).

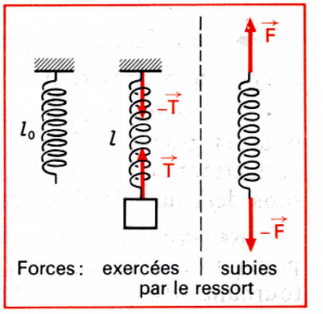
$$\overrightarrow{T_A} = -\overrightarrow{T_B}$$

Un fil exerce à ses deux extrémités des forces opposées dont l'intensité est égale à sa tension.

REMARQUE

Dans le cas général ne pas confondre T_B et P.

2 | TENSION ET ÉLASTICITÉ



La tension d'un ressort de masse négligeable se définit de la même façon.

L'intérêt du ressort est qu'il mesure sa propre tension.

A vide, au repos, le ressort a une tension nulle, soit l_0 sa longueur.

En charge, son *allongement* est proportionnel à sa tension. Si l est sa *longueur*, lorsqu'il subit une tension T

N ⟶ $\boxed{T = k(l - lo)}$ $l - l_0$ allongement en m

k mesure la *raideur* du ressort, en newtons par mètre.

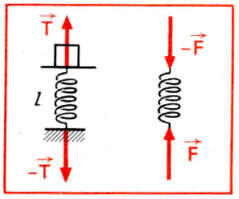
REMARQUES

— Cette loi n'est valable que tant que la tension ne dépasse pas une valeur qui limite le domaine d'élasticité du ressort.

— Si le ressort est à spires non jointives, il peut être comprimé. Dans ce cas $T = k(l_0 - l)$. Lorsque les spires sont en contact, on ne peut évidemment plus comprimer le ressort.

— Un fil élastique, dans son domaine d'élasticité, se comporte comme un ressort, mais il ne peut travailler qu'en tension.

— Ne pas oublier que $l - l_0$ est l'allongement mesuré *depuis la position au repos*.



3 | CALCUL D'UNE TENSION

● Soit A et B deux parties indéformables d'un système S reliées par un fil inextensible, de masse négligeable, souple.

● On ne peut pas calculer les tensions T_A et T_B en raisonnant dans le système S où elles sont des forces intérieures :

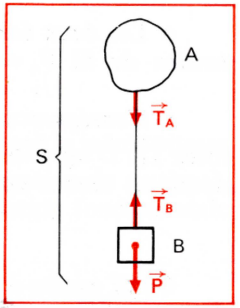
— la relation fondamentale ne fait pas intervenir les forces intérieures car leur somme vectorielle est nulle;

— nous rencontrerons des théorèmes où interviendra le travail des forces intérieures W_i. Ces théorèmes ne permettront pas de calculer T_A ou T_B; en effet :

— A et B étant des solides, le travail des forces intérieures de cohésion, nous l'admettrons, est nul;

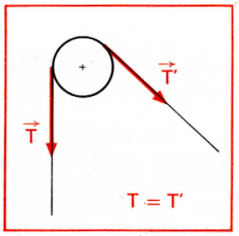
— le fil étant inextensible, $\vec{T_A}$ et $\vec{T_B}$ effectuent, au cours d'un déplacement, des travaux égaux en module, de signe contraire, donc qui s'annulent;

— par conséquent pour l'ensemble S, le travail des forces intérieures est nul. (*Exemple. :* pour une machine d'Atwood.)



● Pour calculer T_A (ou T_B) il faut, par la pensée, découper le système *S* en parties A et B. Pour la partie A, $\vec{T_A}$ devient une force extérieure; de même $\vec{T_B}$ devient une force extérieure pour la partie B. Nous rencontrerons plusieurs théorèmes permettant de calculer les forces extérieures, nous en connaissons déjà un : le théorème du centre de gravité.

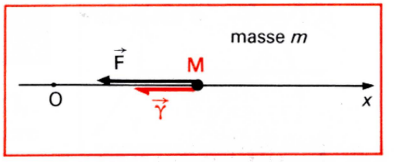
Remarque : Nous admettons, pour l'instant, de façon à pouvoir faire des exercices, qu'une poulie *de masse négligeable*, tournant *sans frottement* transmet intégralement les tensions.



Dynamique du mouvement rectiligne sinusoïdal P. 10

1 | FORCE DE RAPPEL (voir P.4, 4).

Soit M un point matériel de masse m. Soit $\vec{F}$ la résultante des forces appliquées. Cherchons à quelle condition M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. S'il en est ainsi $x = a \sin(\omega t + \varphi)$ d'où en dérivant deux fois :



$$\bar{\gamma} = -a\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

$$\bar{\gamma} = -\omega^2 \overline{OM} \quad \text{donc} \quad \vec{\gamma} = -\omega^2 \overrightarrow{OM}.$$

- Appliquons le principe fondamental de la dynamique

$$\vec{F} = m\vec{\gamma} \implies \vec{F} = -m\omega^2 \overrightarrow{OM}.$$

- En conclusion, la force $\vec{F}$ est constamment pointée vers le centre O du mouvement, elle tend à y ramener le point M, c'est une *force de rappel*. L'intensité F de cette force est proportionnelle au module de l'élongation : $F = m\omega^2 \cdot OM$.

2 | RÉCIPROQUE

- Soit M un point matériel de masse m animé d'un mouvement rectiligne.

Soit $\vec{F}$ la résultante des forces agissant sur M.

Soit O la position d'équilibre stable.

- Si $\vec{F}$ est une force de rappel dont l'intensité F est proportionnelle au module de l'élongation : $F = K \cdot OM$ (K constante de rappel en N/m; nombre positif) ce qu'on peut résumer par l'égalité vectorielle $\vec{F} = -K\overrightarrow{OM}$, quel est le mouvement de M?

- Appliquons le principe fondamental de la dynamique

$$\vec{F} = m\vec{\gamma} = -K\overrightarrow{OM} \implies \vec{\gamma} = -\frac{K}{m}\overrightarrow{OM}$$

c'est-à-dire algébriquement $\bar{\gamma} = -\frac{K}{m}\overline{OM}$, comme $\bar{\gamma} = x'' \implies x'' + \frac{K}{m}x = 0$

On sait que toute solution de cette équation différentielle est une fonction sinusoïdale dont la pulsation ω est donnée par $\omega^2 = \dfrac{K}{m}$.

• En résumé

— si un point matériel M, *de masse* m, *en mouvement rectiligne, est soumis à une force* $\vec{F} = -K\overrightarrow{OM}$ *avec* $K > 0$ *(O étant la position d'équilibre);*

— il prend un mouvement rectiligne sinusoïdal de période

$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ c'est-à-dire $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}}$ constante de rappel en N/*m*

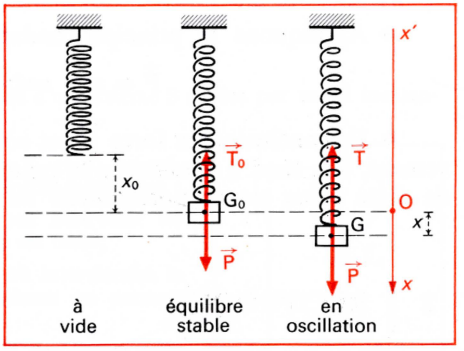
3 APPLICATION

Période des oscillations de translation d'un pendule élastique.

• Une masse *m* est suspendue à un ressort de constante de raideur *k*.

• A l'équilibre $\vec{P} + \vec{T_0} = \vec{0}$ $\Longrightarrow$ $P = T_0 = kx_0$ (x_0 étant l'allongement à l'équilibre).

• Au cours du mouvement d'oscillation qui prend naissance lorsqu'on tire verticalement sur la masse et qu'on la laisse aller, la tension du ressort varie et est égale, si on la mesure algébriquement sur l'axe $x'x$ à $\overline{T} = -k(x_0 + x)$, x étant l'élongation $\overline{G_0G}$ du centre de gravité.



La masse *m* est soumise à deux forces $\vec{T}$ variable et $\vec{P} = m\vec{g}$ constante, la résultante est

$\vec{F} = \vec{T} + \vec{P}$ soit en mesure algébrique sur $\overrightarrow{x'x}$: $\overline{F} = \overline{T} + \overline{P}$

c'est-à-dire $\overline{F} = -k(x_0 + x) + P = -kx$: le mouvement rectiligne est donc sinusoïdal de période

période en *s* $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$ masse en kg
raideur du ressort en N/*m*

REMARQUE

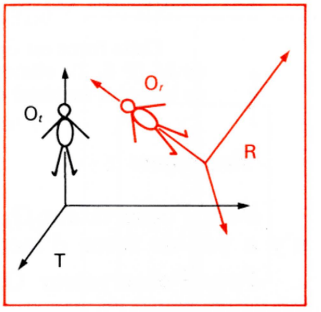
La période ne dépend pas de l'amplitude du mouvement : les oscillations sont isochrones.

Force d'inertie P. 11

Jusqu'à présent nous utilisons toujours un repère lié à la Terre (nous l'appellerons T).

Nous allons examiner comment doit être corrigée la relation fondamentale de la dynamique lorsqu'on utilise un repère R en mouvement par rapport au repère terrestre T.

Nous considérerons deux observateurs, l'un, O_t, lié au repère terrestre T; l'autre, O_r, lié au repère mobile R.



Soit M un point matériel (ou le centre de gravité d'un système indéformable) en mouvement par rapport à T. M a, par rapport à R, un *mouvement relatif* (sous-entendu relativement à ce repère).

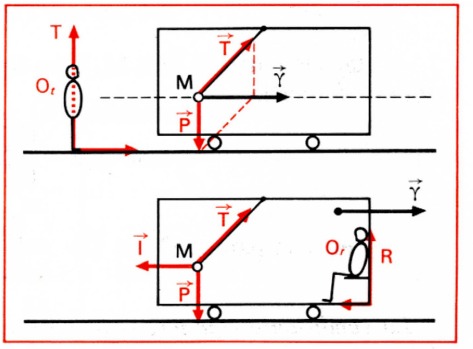
1 ÉQUILIBRE RELATIF

Le trièdre R *est lié à* M, c'est-à-dire qu'il se déplace avec M. Pour l'observateur O_r, M ne bouge pas, M est en *équilibre relatif.*

● **Exemple.**

Considérons une masse M suspendue à un fil dans un véhicule animé d'un mouvement de translation rectiligne d'accélération $\vec{\gamma}$.

Au cours du démarrage, uniformément accéléré, ce pendule prend une position d'équilibre, inclinée vers l'arrière.



Voyons les points de vue des observateurs O_t fixe et O_r mobile, lié à R.

— Point de vue de O_t.

Dans le repère T lié à la Terre, M a un mouvement d'accélération $\vec{\gamma}$. L'observateur O_t applique le théorème du centre de gravité :

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{\gamma} \quad (1)$$

— Point de vue de O_r. Dans le repère R, lié au véhicule, M est en équilibre relatif. L'observateur O_r considère que les forces $\vec{T}$ et $\vec{P}$ sont équilibrées par une force $\vec{I}$ telle que $\vec{T} + \vec{P} + \vec{I} = \vec{O}$ (2).

Cette force supplémentaire $\vec{I}$ est appelée *force d'inertie.*

En comparant (1) et (2) on en tire $\vec{I} = -m\vec{\gamma}$.

Cette force est opposée à l'accélération, c'est-à-dire à toute modification de la vitesse de M (P 6, 2); elle est proportionnelle à la masse de M, c'est donc un effet de l'inertie de ce point matériel (P 7, 4), d'où son nom force d'inertie.

Remarques :

Pour l'observateur O_t, le plafond entraîne M par l'intermédiaire du fil : il n'y a pas de force d'inertie.

Pour l'observateur O_r, la force d'inertie $\vec{I}$ incline le pendule vers l'arrière, pour lui tout se passe comme si le poids $\vec{P}$ était remplacé par le *poids apparent* $\vec{P} + \vec{I}$, auquel correspond l'accélération de pesanteur apparente $\dfrac{\vec{P} + \vec{I}}{m}$.

- **Condition d'équilibre relatif.**

Généralisons l'exemple précédent.

Si le repère R lié à M est en translation, $\vec{\gamma}$ représente aussi bien l'accélération du repère R que l'accélération de M par rapport à la Terre.

Si ce repère lié à M n'est pas en translation (voir P.12, 2), nous désignerons par $\vec{\gamma}$ l'accélération de M par rapport à la Terre.

Soit $\Sigma\vec{F_a}$ la résultante des forces appliquées à M :

— dans le repère terrestre T, le principe fondamental (ou le théorème du centre de gravité si M est le centre de gravité d'un système indéformable) conduit à

$$\Sigma\vec{F_a} = m\vec{\gamma} \quad (1) \qquad m \text{ masse de M}$$

— dans le repère R lié à M, il y a équilibre relatif sous l'effet d'une force supplémentaire d'inertie

$\vec{I}$ telle que $\boxed{\Sigma\vec{F_a} + \vec{I} = \vec{0}}$ (2)

en comparant (1) et (2) $\boxed{\vec{I} = -m\vec{\gamma}}$

La condition d'équilibre dans un repère fixe (par rapport à la Terre) reste donc valable dans un repère mobile à condition de tenir compte des forces d'inertie données par $\vec{I} = -m\vec{\gamma}$ ($\vec{\gamma}$ accélération par rapport à la Terre).

• **Caractères des forces d'inertie.**

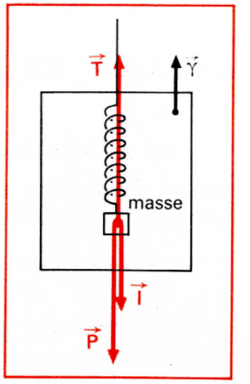
— Comme toutes les forces, les forces d'inertie peuvent maintenir un corps en équilibre (exemple du paragraphe précédent); elles peuvent déformer les systèmes temporairement ou jusqu'à la rupture (tension ou compression de ressorts, écrasement des sièges dans un véhicule accéléré, rupture de volant (P 16, 5).

Étudions un exemple classique : le poids apparent dans un ascenseur.

Lors du démarrage vers le haut, le ressort s'allonge puis la masse prend une position d'équilibre relatif. Elle est tirée vers le bas par la force d'inertie $\vec{I} = -m\vec{\gamma}$. La masse est en équilibre, donc :

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{I} = \vec{0}$$

La tension $\vec{T}$ équilibre donc le poids apparent $\vec{P} + \vec{I}$ de la masse m.



REMARQUES

— On aurait pu retrouver la même relation pour un observateur fixe $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{\gamma}$.

— Si $\vec{\gamma} = \vec{g}$, l'ascenseur tombe en chute libre, le poids apparent est nul, on obtient une apesanteur apparente (premières expériences sur l'apesanteur en URSS).

— Il ne faut cependant pas perdre de vue que les forces d'inertie et les forces appliquées ont des caractères bien distincts :

— une force appliquée est toujours exercée par un objet selon un processus physique (de contact, de gravitation, électrique...). Une force d'inertie ne peut être attribuée à la présence de quelque objet que ce soit;

— l'existence et l'intensité d'une force appliquée sont indépendantes du choix d'un repère. Les forces d'inertie dépendent du repère choisi. Ainsi, pour un repère lié à la Terre, les forces d'inertie sont pratiquement nulles.

2 | MOUVEMENT RELATIF

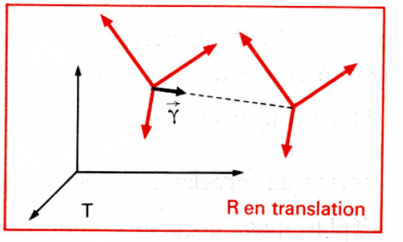
❶ ***Le repère mobile* R *est en translation*** (d'accélération $\vec{\gamma}$).

par rapport au repère lié à la Terre T.

— Soit un point matériel M, de masse m.

— Maintenant M n'est plus en équilibre dans le repère R, mais a un certain mouvement relatif. Soit $\vec{\gamma_r}$ l'accélération relative de M (c'est-à-dire l'accélération de M dans R).

— Le repère R ayant un mouvement de



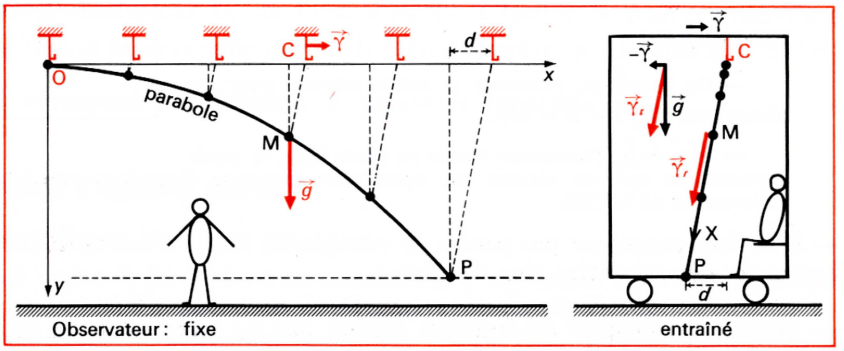
translation d'accélération $\vec{\gamma}$ par rapport au repère fixe T lié à la Terre, l'accélération $\vec{\gamma}_M$ de M par rapport à la Terre est : $\vec{\gamma}_M = \vec{\gamma} + \vec{\gamma}_r$

— Soit $\Sigma\vec{F}_a$ la résultante des forces appliquées à M, écrivons, dans le repère T, la relation fondamentale

$$\Sigma\vec{F}_a = m\vec{\gamma}_M = m(\vec{\gamma} + \vec{\gamma}_r) = m\vec{\gamma} + m\vec{\gamma}_r$$

c'est-à-dire $\Sigma\vec{F}_a - m\vec{\gamma} = m\vec{\gamma}_r$ Si on pose $\vec{I} = -m\vec{\gamma}$ $\Sigma\vec{F}_A + \vec{I} = m\vec{\gamma}_r$

La relation fondamentale de la dynamique reste valable dans un repère en translation à condition de tenir compte des forces d'inertie données par $\vec{I} = -m\vec{\gamma}$ *:* $\vec{\gamma}$ *étant l'accélération du repère en translation.*



❷ ***Exemple : chute dans une cage en translation accélérée*** (accélération $\vec{\gamma}$).

Un objet M se décroche à $t = 0$ d'un crochet C fixé au plafond d'une cage.

— Pour un observateur entraîné par la cage :

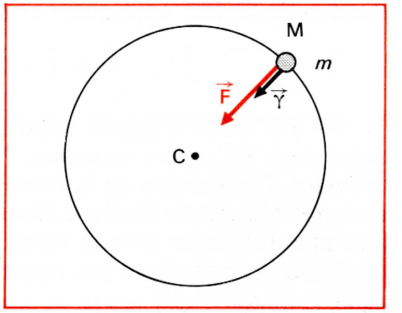
$$\vec{P} + \vec{I} = m\vec{\gamma}_r \quad \text{d'où} \quad \vec{g} - \vec{\gamma} = \vec{\gamma}_r.$$

A l'instant $t = 0$ la vitesse relative de M est nulle, donc M prend sur la verticale apparente $\overrightarrow{CX}$ (parallèle à $\vec{\gamma}_r$) un mouvement accéléré d'équation $X = 1/2\ \gamma_r t^2$.

— Pour un observateur fixe en désignant par $\vec{v}_0$ la vitesse de la cage à $t = 0$, et en rapportant les mouvements à deux axes liés au sol $\overrightarrow{Ox}$ et $\overrightarrow{Oy}$ (O position de M à $t = 0$) le crochet C a pour abscisse $\overline{OC} = x = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t$; : il a un mouvement horizontal accéléré, l'objet M a pour coordonnées $x = v_0 t$ $y = \frac{1}{2}gt^2$: M a un déplacement horizontal uniforme.

Dynamique du mouvement circulaire uniforme P. 12

1 | FORCE CENTRIPÈTE



• Soit M un point matériel de masse m animé d'un mouvement circulaire. Soit $\vec{F}$ la résultante des forces agissant sur M. Cherchons à quelle condition M est animé d'un mouvement circulaire uniforme. S'il en est ainsi $\vec{\gamma}$ est centripète de module $\frac{v^2}{R} = R\omega^2$.

• Appliquons le principe fondamental de la dynamique $\vec{F} = m\vec{\gamma}$

• En conclusion :
— $\vec{F}$ est centripète;
— l'intensité de $\vec{F}$ est constante

$$F = \frac{mv^2}{R} = mR\omega^2$$

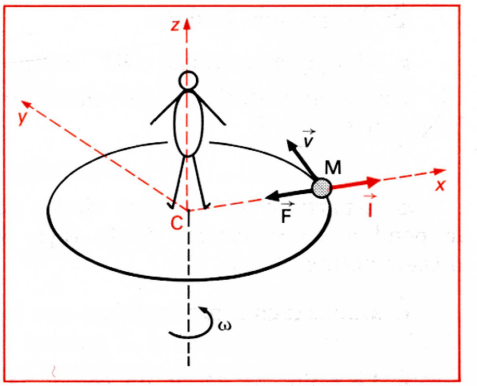
2 | FORCE D'INERTIE CENTRIFUGE

Pour un observateur lié à l'axe de rotation, M est fixe : M est en équilibre relatif.

Dans le repère tournant de l'observateur (Cx, y, z) le point matériel M est soumis à la force centripète $\vec{F}$ (résultante de toutes les forces appliquées en M) et à une force d'inertie

$$\vec{I} = -m\vec{\gamma} \text{ (P 11, 1)}$$

$\vec{\gamma}$: accélération de M par rapport à la Terre.



Cette force $\vec{I}$ est dirigée vers l'extérieur de la trajectoire, elle est *centrifuge*, son module est constant

$$I = \frac{mv^2}{R} = mR\omega^2$$

● ***Remarques :***

— Il y a donc deux façons d'appliquer les lois de la dynamique à un mobile animé d'un mouvement circulaire uniforme.

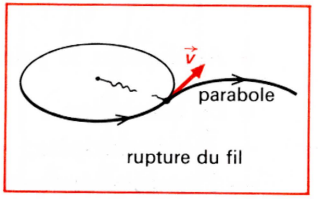
— Pour un repère lié à la Terre, il n'y a pas en première approximation de force d'inertie, le mobile M a une accélération $\vec{\gamma}$: $\vec{F} = m\vec{\gamma}$; $\vec{F}$ résultante des forces appliquées.

— Pour un repère entraîné dans la rotation, M est en équilibre relatif sous l'action des forces appliquées et de la force d'inertie

$$\vec{F} + \vec{I} = \vec{0} \qquad \text{avec} \qquad \vec{I} = -m\vec{\gamma}$$

— La force d'inertie centrifuge permet d'interpréter l'équilibre relatif d'un corps dans un repère tournant. Pour étudier le mouvement relatif dans un repère tournant, l'expression de la force d'inertie donnée ci-dessus n'est plus valable. Par exemple, lorsque le fil d'une fronde casse, il y a rupture de l'équilibre relatif, il ne faut plus raisonner avec la force d'inertie précédente. Il est préférable d'étudier le mouvement de la pierre par rapport à la Terre : dans ce repère la pierre est uniquement soumise à son poids, sa vitesse initiale $\vec{v}$ étant égale à la vitesse du mouvement circulaire à cet instant (la nouvelle trajectoire est parabolique).

En d'autres termes, ne raisonner dans un repère tournant que s'il y a équilibre relatif, sinon raisonner dans un repère fixe où il n'y a pas de forces d'inertie.



3 | APPLICATIONS

1 Le pendule conique.

● Une tige verticale OO′ tourne à la vitesse angulaire ω.

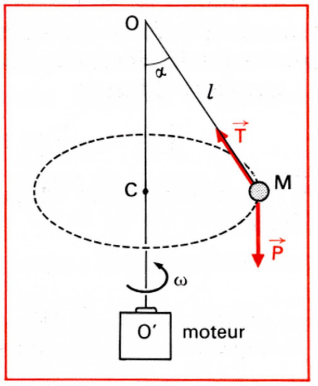
Un point matériel M de masse m est relié à O par un fil inextensible de longueur $OM = l$.

● A partir d'une certaine vitesse de rotation ω_0, le pendule OM s'écarte de la tige. Soit α l'angle d'écart pour $\omega \geqslant \omega_0$.

Évaluons α en fonction de ω.

● Le point M décrit un cercle de centre C, de rayon $CM = l \sin \alpha$, à la vitesse angulaire ω.

Le point M est soumis à deux forces appliquées : la tension $\vec{T}$ du fil, le poids $\vec{P}$ de M.



Première façon de raisonner : dans un repère lié au sol.

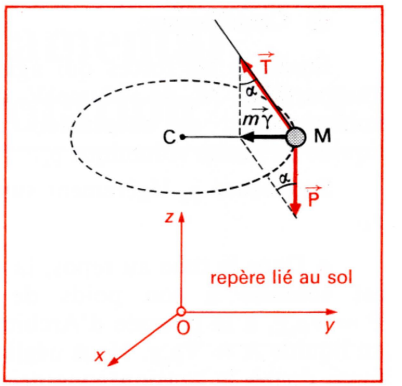
$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{\gamma}$$

$m\vec{\gamma}$ est un vecteur centripète horizontal, $\vec{P}$ est vertical, $m\vec{\gamma}$ est donc perpendiculaire à $\vec{P}$

d'où $$\text{tg}\,\alpha = \frac{m\gamma}{P} = \frac{m\gamma}{mg} = \frac{\gamma}{g}$$

$$\gamma = R\omega^2 = l\,\sin\alpha\ \omega^2$$

d'où $$\text{tg}\,\alpha = \frac{l\,\sin\alpha\ \omega^2}{g} \Longrightarrow \cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 l}$$



Seconde façon de raisonner : dans un repère tournant à la vitesse ω, M est en équilibre relatif.

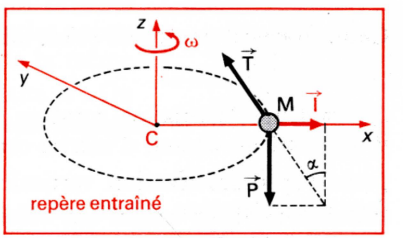
$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{I} = \vec{0}$$

$\vec{I}$ est centrifuge, horizontale.

$\vec{P}$ est vertical, donc $\vec{I}$ est perpendiculaire à $\vec{P}$,

d'où $$\text{tg}\,\alpha = \frac{I}{P} = \frac{m\gamma}{P},$$

ce qui conduit à la même exploitation.



- **Discussion.**

Remarquons que :

$$\cos\alpha \leqslant 1 \Longrightarrow g \leqslant \omega^2 l \Longrightarrow \omega \geqslant \sqrt{\frac{g}{l}} = \omega_0$$

— la tension T s'évalue facilement en fonction de P

$$\cos\alpha = \frac{P}{T} \qquad T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{mg}{g/\omega^2 l} \Longrightarrow T = m\omega^2 l$$

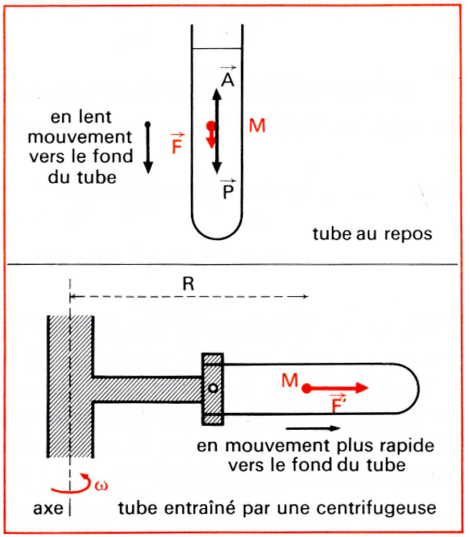
— *lorsque* ω *devient suffisamment grand* $\cos\alpha \simeq 0$, l'angle d'écart est voisin de 90°, le poids devient négligeable devant la tension T, la force centripète se réduit à la tension du fil : c'est le cas de la fronde. Considérons le point matériel M dans le repère tournant, son poids apparent est $\vec{P} + \vec{I}$; à grande vitesse le poids apparent se confond avec $\vec{I}$.

Ainsi, le champ de pesanteur vertical d'intensité g est remplacé par un champ d'inertie centrifuge d'intensité $\omega^2 l$.

❷ Centrifugeuse

Étudions les forces qui agissent sur une particule M, de volume V, de masse volumique ρ_s en suspension dans un liquide de masse volumique ρ_L.

Supposons ρ_s légèrement supérieur à ρ_L.



• Dans le tube au repos, la particule est soumise à son poids de module $P = V\rho_s g$, à la poussée d'Archimède due au liquide $A = V\rho_L g$. Nous négligerons la force due à la tension superficielle et la force de frottement due à la viscosité du liquide.

Avec ces approximations la particule est soumise à la force résultante

$$F = V(\rho_s - \rho_L)g.$$

Cette force est constante et est faible.

• Dans le tube en rotation à ω *rd/s*, dans un repère entraîné dans la rotation, il apparaît un champ d'inertie centrifuge. Si la vitesse ω est grande, le champ de pesanteur d'accélération verticale $\vec{g}$ est remplacé par un champ d'inertie centrifuge d'accélération centrifuge de module $R\omega^2$.

Le poids de M est remplacé par la force centrifuge $V\rho_s\omega^2 R$, le poids du liquide déplacé (poussée d'Archimède) par $V\rho_L\omega^2 R$, avec les mêmes approximations la particule est soumise à la force résultante

$$F' = V(\rho_s - \rho_L)\omega^2 R$$

$\omega^2 R$ étant très supérieur à g, F' est une force supérieure à F. Une rotation rapide accélère donc le dépôt, la particule « tombe » beaucoup plus vite vers le fond.

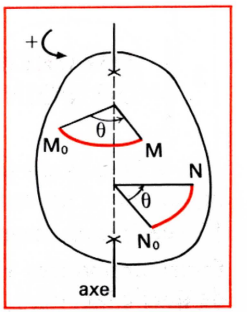
• ***Remarques :***

— Compte tenu de la quatrième remarque du paragraphe 2, la particule M n'est plus en équilibre relatif, et nous n'avons plus le droit de garder à la force d'inertie l'expression du paragraphe 2 pour étudier le mouvement relatif. Cependant ce mouvement de la particule au sein du liquide reste lent : l'erreur que nous avons commise est faible.

— La force F' n'est plus constante, elle croît avec R.

Théorème fondamental de la dynamique de rotation P. 13

1 | ROTATION D'UN SOLIDE

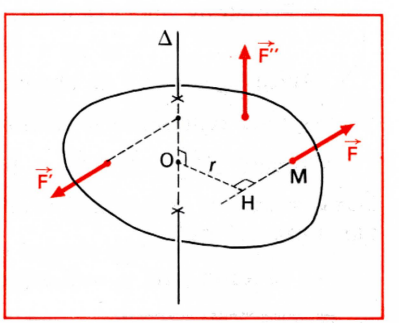


Ce type de mouvement a déjà été évoqué (P 8, 3). Rappelons que les points d'un solide animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe décrivent des arcs de cercles de longueurs différentes admettant un axe commun : l'axe de rotation. Les points du solide ont des vitesses *linéaires* $\vec{v}$, et des accélérations $\vec{\gamma}$ différentes.

Si l'une des positions du solide détermine les origines d'espace pour les différents points (M_0, N_0, ...), tous les points (M, N, ...) ont la même abscisse angulaire θ, donc la même vitesse angulaire $\overline{\omega}$ et la même accélération angulaire $\overline{\mathscr{A}}$. On peut donc parler de *l'*abscisse angulaire, de *la* vitesse angulaire et de *l'*accélération angulaire d'un solide en rotation.

Revoir (P 6, 3) et se familiariser au fur et à mesure des leçons avec les tableaux des pages n° 37 et n° 38.

2 | MOMENT D'UNE FORCE PAR RAPPORT A UN AXE



Les « effets » de rotation dépendent des moments des forces.

- Le moment d'une force $\vec{F}$, orthogonale à Δ, est

$m \cdot N$ $\quad \boxed{\mathscr{M} = r \cdot F} \quad \begin{cases} r \text{ en } m \\ F \text{ en N} \end{cases}$

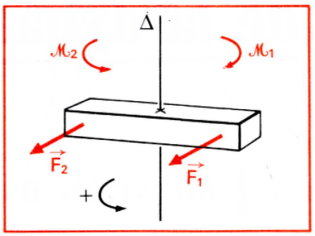
Le bras de levier OH = r est perpendiculaire à la droite d'action de $\vec{F}$; ne pas le confondre avec OM.

- Le moment de $\vec{F'}$ dont la droite d'action passe par l'axe Δ est nul.
- Le moment de $\vec{F''}$ parallèle à Δ est nul.

• Nous mesurons algébriquement un moment de la façon suivante : le moment est positif (ou négatif) selon que la force tend (ou non) à faire tourner le solide dans le sens positif choisi.

Ainsi pour l'exemple :

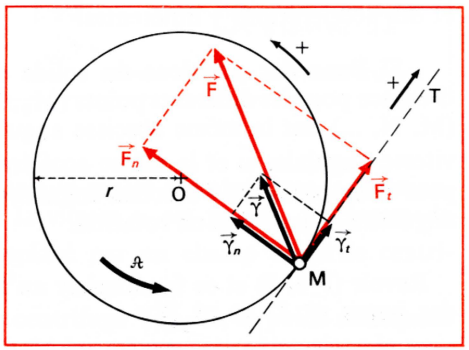
$$\overline{\mathcal{M}_1} = -\mathcal{M}_1 \qquad \overline{\mathcal{M}_2} = +\mathcal{M}_2$$



• **Caractère linéaire** : Si $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont des forces *concourantes*, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, nous admettrons que le moment résultant $\overline{\mathcal{M}_{\vec{F}}} = \overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_1}} + \overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_2}}$.

3 THÉORÈME FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE DU POINT MATÉRIEL EN ROTATION

• Soit M un point matériel de masse m, animé d'un mouvement de rotation. L'accélération angulaire $\overline{\mathscr{A}}$ dépend des forces appliquées $\vec{F}_a$ ... (non dessinées), de quelle façon?



• Soit $\vec{F}$ la résultante des forces appliquées, écrivons la relation fondamentale de la dynamique

$$\vec{F} = \Sigma\vec{F}_a = m\vec{\gamma}$$

$\vec{\gamma}$ étant dans le plan de la circonférence : $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_t + \vec{\gamma}_n$, cela implique donc que $\vec{F}$ est aussi dans le plan de la circonférence : $\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$.

• Projetons sur la tangente MT convenablement orientée : $\overline{F_t} = m\overline{\gamma_t}$

Multiplions par r de chaque côté $\overline{F_t} \cdot r = m\overline{\gamma_t} r$.

— Que représente le membre de gauche?

Comme $\Sigma\vec{F}_a = \vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$, compte tenu du caractère linéaire du moment $\Sigma\overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_a}} = \overline{\mathcal{M}_{\vec{F}}} = \overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_t}} + \overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_n}} = \overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_t}} = \overline{F_t} \cdot r$ puisque le moment de $\vec{F}_n$ qui passe par l'axe est nul.

— D'autre part $\overline{\gamma_t} = r\overline{\mathscr{A}}$ (voir P. 6, 3), donc finalement :

$$\Sigma\overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_a}} = mr^2\overline{\mathscr{A}}$$

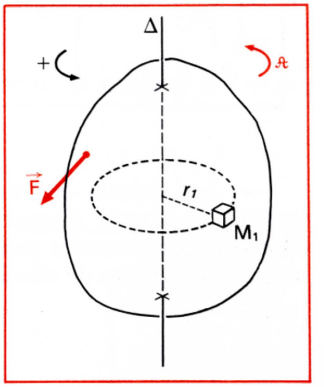
$\Sigma\overline{\mathcal{M}_{\vec{F}_a}}$ se lit : somme algébrique des moments des forces appliquées.

Le produit mr^2 s'appelle le moment d'inertie du point matériel M par rapport à l'axe de rotation.

4 THÉORÈME FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE DU SOLIDE EN ROTATION

Considérons un solide tournant autour d'un axe fixe Δ.

Au même instant tous les points du solide ont la même accélération angulaire $\overline{\mathscr{A}}$. Découpons le solide en points matériels M_1, M_2, ... de masses Δm_1, Δm_2,... situés à r_1, r_2, ... de l'axe Δ. On désigne par $\overline{\mathscr{M}}$ le moment de toute force, intérieure ou extérieure, qui s'exerce sur un point du solide.



au point M_1 $\quad \Sigma_1 \overline{\mathscr{M}} = \Delta m_1 \cdot r_1^2 \cdot \overline{\mathscr{A}}$

au point M_2 $\quad \Sigma_2 \overline{\mathscr{M}} = \Delta m_2 \cdot r_2^2 \cdot \overline{\mathscr{A}}$

Ajoutons membre à membre $\Sigma \overline{\mathscr{M}} = (\Sigma \Delta m \cdot r^2) \overline{\mathscr{A}}$

Comme les forces intérieures sont opposées deux à deux la somme algébrique de leurs moments vaut zéro. Il ne reste donc que la somme algébrique des moments des forces extérieures appliquées au solide.

Énoncé du théorème fondamental : L'accélération angulaire d'un solide mobile autour d'un axe fixe est proportionnelle à la somme algébrique des moments des forces extérieures qu'il subit.

5 MOMENT D'INERTIE D'UN SOLIDE

- **Définition.**

C'est la somme des moments d'inertie de ses points

$$kg \cdot m^2 \qquad \boxed{J = \Sigma \Delta m \cdot r^2} \qquad \begin{cases} \Delta m \text{ en } kg \\ r \text{ en } m \end{cases}$$

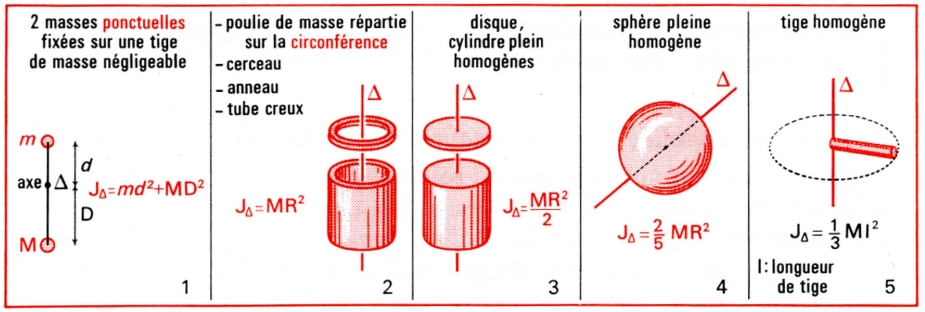
Le moment d'inertie dépend des masses des différentes parties du solide, de leur répartition, de la position de l'axe de rotation.

- **Calcul de J.**

— Pour un nombre fini de points matériels, on calcule directement J par addition des moments d'inertie de chacun des points (figure 1).

— Pour un cylindre creux, un cerceau, un anneau, ... en un mot lorsque la masse est (ou est supposée être) concentrée à une distance R de l'axe, dans ce cas pour chacun des points matériels $r = R$, d'où :

$$J = \Sigma \Delta m_1 r^2 = R^2 \Sigma \Delta m = MR^2 \qquad \boxed{J = MR^2}$$



— Les calculs ensuite doivent être faits par des intégrations; l'énoncé des problèmes devrait donner les résultats, nous vous conseillons quand même de connaître les formules pour le cylindre homogène (de rayon R, de masse M, par rapport à son axe de révolution Δ) :

$$J_\Delta = 1/2\ MR^2$$

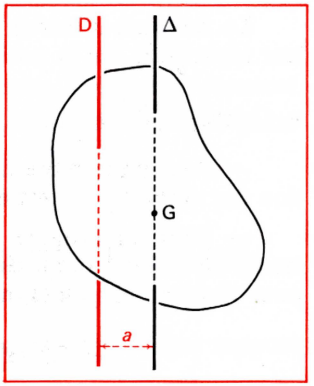
Pour la sphère homogène (de rayon R, par rapport à un axe Δ passant par son centre)

$$J = \frac{2}{5} MR^2$$

— Pour appliquer les formules précédentes par rapport à un axe autre que Δ, on pourra utiliser le théorème suivant (hors du programme, mais utilisé dans certains problèmes) appelé *théorème de Huyghens :*

Le moment d'inertie d'un solide de masse M *par rapport à un axe* D *est égal à son moment d'inertie par rapport à un axe* Δ *passant par son centre de gravité, parallèle à* D, *augmenté du produit* Ma^2 (a distance des deux axes).

$$J_D = J_\Delta + Ma^2$$



REMARQUES

— Le terme « correctif » Ma^2 est souvent prépondérant, ainsi pour un point matériel $J_\Delta = 0$ et $J_D = Ma^2$.

— Cependant il ne suffit pas de concentrer la masse du solide en G pour obtenir son moment d'inertie $J_D \geqslant Ma^2$.

6 | RELATION FONDAMENTALE

La relation trouvée au paragraphe 4 s'écrit donc :

$\Sigma\overline{\mathcal{M}}$ étant la somme algébrique des moments des forces extérieures,

$$\boxed{\Sigma\overline{\mathcal{M}} = J\overline{\mathcal{A}}}$$

C'est la transposition dans le domaine des rotations de la relation $\Sigma\vec{F} = m\vec{\gamma}$ utilisée pour les translations.

EXEMPLE

Le rotor du moteur d'une perceuse subit des forces électromagnétiques dont le moment résultant $\mathcal{M}_m$ représente le moment du couple moteur C_m.

La mèche subit des forces résistantes dont le moment résultant $\mathcal{M}_r$ représente le moment du couple résistant C_r.

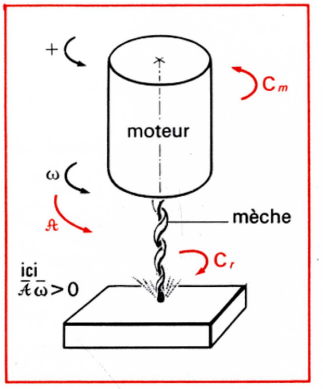
Soit J le moment d'inertie de la partie tournante

$\overline{\mathcal{M}_m} + \overline{\mathcal{M}_r} = J\overline{\mathcal{A}} \Rightarrow \mathcal{M}_m - \mathcal{M}_r = J\overline{\mathcal{A}}$

si $\mathcal{M}_m = \mathcal{M}_r$: la vitesse de rotation est constante;

si $\mathcal{M}_m > \mathcal{M}_r$: le mouvement s'accélère $(\overline{\mathcal{A}}\,\overline{\omega} > 0)$;

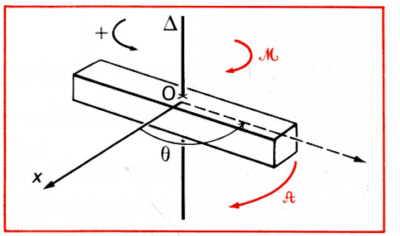
si $\mathcal{M}_m < \mathcal{M}_r$: le mouvement se ralentit $(\overline{\mathcal{A}}\,\overline{\omega} < 0)$, la vitesse peut s'annuler : le moteur cale.



Mouvement sinusoïdal de rotation P. 14

L'étude cinématique de ce type de mouvement a déjà été faite (P 6, 6). Il reste à déterminer les forces qui entretiennent les oscillations sinusoïdales d'un solide mobile autour d'un axe, ou plus exactement quelle condition doivent vérifier ces forces, c'est un problème de dynamique. (Cette leçon est la transposition dans le domaine des rotations, de la leçon P 10.)

1 | FORCE DE RAPPEL



• Soit un solide mobile autour d'un axe Δ fixe. Soit J son moment d'inertie par rapport à Δ. Soit $\overline{\mathcal{M}}$, la somme algébrique des moments des forces appliquées. Cherchons à quelle condition le solide est animé d'un mouvement sinusoïdal de rotation.

S'il en est ainsi

$$\theta = \alpha \sin(\omega t + \varphi)$$

d'où, en dérivant deux fois $\overline{\mathcal{A}} = -\alpha\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2\theta$

• Appliquons la relation fondamentale de la dynamique de rotation

$$\overline{\mathcal{M}} = J\overline{\mathcal{A}} = -J\omega^2\theta$$

• **En conclusion :** Les forces ont un moment résultant $\overline{\mathcal{M}}$ qui est constamment de signe contraire vis-à-vis de θ, elles tendent à ramener le solide à la position définie par $\theta = 0$: *ce sont des forces de rappel.* Le moment résultant $\mathcal{M}$ de ces forces est proportionnel au module de l'élongation angulaire

$$\mathcal{M} = J\omega^2|\theta|$$

Remarques :

— La position définie par $\theta = 0$ est une position d'équilibre puisqu'alors $\mathcal{M} = 0$. Cet équilibre est stable, puisque lorsqu'il en est écarté le solide tend à y revenir.

— On dit quelquefois que $\mathcal{M}$ est un moment de rappel.

2 | RÉCIPROQUE

• Soit un solide mobile autour d'un axe fixe Δ. Soit J son moment d'inertie par rapport à Δ. Ce solide admet une position d'équilibre.

Soit $\overline{\mathcal{M}}$ le moment résultant des forces extérieures appliquées au solide.

L'élongation θ sera comptée à partir de la position d'équilibre.

• Si les forces sont de rappel, de moment résultant proportionnel au module de l'élongation

$$\mathcal{M} = C|\theta| \qquad \text{(C constante de rappel en mètre newton par radians, nombre positif)}$$

ce qu'on peut résumer par l'égalité algébrique

$$\overline{\mathcal{M}} = -C\theta, \text{ quel est le mouvement du solide?}$$

• Appliquons la relation fondamentale de la dynamique de rotation

$$\overline{\mathcal{M}} = J\overline{\mathscr{A}} = -C\theta \implies \overline{\mathscr{A}} = -\frac{C}{J}\theta, \text{ comme } \overline{\mathscr{A}} = \theta'' \implies \theta'' + \frac{C}{J}\theta = 0$$

On sait que toute solution de cette équation différentielle est une fonction sinusoïdale dont la pulsation ω est donnée par la relation $\omega^2 = \frac{C}{J}$.

En résumé. Si un solide, mobile autour d'un axe, de moment d'inertie J (par rapport à cet axe) *est soumis à des forces extérieures de moment résultant* $\overline{\mathcal{M}} = -C\theta$ *avec* $C > 0$ (la position définie par $\theta = 0$ étant la position d'équilibre).

Il prend un mouvement de rotation sinusoïdal de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, c'est-à-dire

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}}$$ constante de rappel en $m \cdot N/rd$

Remarque :

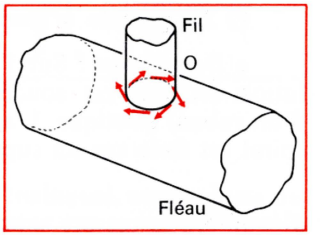
On peut remplacer : $\overline{\mathcal{M}} = -C\theta$, dans le résumé précédent, par : moment de rappel $\mathcal{M} = C|\theta|$; le signe — signifie que le moment est de rappel.

3 | APPLICATIONS

1 Le pendule de torsion.

• ***Description :*** Un fil d'acier fixé à son extrémité supérieure, soutient un fléau susceptible de pivoter horizontalement. Les élongations angulaires sont comptées à partir de la position d'équilibre du fléau. On a choisi un sens positif.

• Faisons pivoter le fléau d'un angle θ à partir de sa position d'équilibre, ce qui a pour effet de tordre le fil du même angle θ; le fil exerce alors sur le fléau, en 0, un ensemble de forces qui tendent à le ramener à sa position d'équilibre, ce sont des *forces derappel* (1).

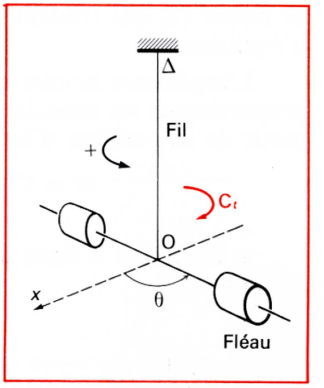


Cet ensemble de forces constitue un couple appelé couple de torsion C_t.

On sait (cours de seconde) que le moment de ce couple est proportionnel à l'angle de torsion

$$\mathcal{M} = C|\theta| \qquad (2)$$

C est la constante de torsion du fil, elle s'évalue en $m \cdot N/rd$.



• Écartons le fléau de sa position d'équilibre d'un angle α et lâchons-le sans vitesse initiale. Compte tenu de (1) et de (2), le fléau prend un mouvement de rotation sinusoïdal de période

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$$

constante de torsion du fil en $m \cdot N/rd$

Compte tenu des conditions initiales, l'amplitude angulaire est α, l'élongation θ est donnée par l'équation horaire $\theta = \alpha \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$.

— Si l'origine des temps est l'instant du départ, et en supposant le pendule écarté de α dans le sens positif: pour

$$t = 0,\ \theta = \alpha \Longrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ à } 2\ k\pi \text{ près} \Longrightarrow \theta = \alpha \cos \frac{2\pi t}{T}$$

— Si l'origine des temps est l'instant d'un passage par la position d'équilibre dans le sens positif : pour $t = 0$, $\theta = 0$, d'où $\varphi = 0$ (une telle discussion a déjà été faite P 4, 4).

REMARQUES

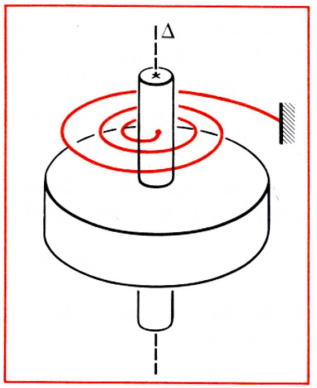
— La période ne dépend pas de l'amplitude α : les oscillations sont *isochrones* (il en était de même pour le pendule élastique).

— Nous n'avons pas tenu compte du poids dont le moment est nul par rapport à l'axe : ils sont parallèles.

— Nous avons négligé les forces de frottement : elles font décroître progressivement l'amplitude : le mouvement est amorti.

— Le cadre d'un galvanomètre est un pendule de torsion, comme la constante de torsion est faible, la période peut être longue, ce qui est gênant pour les mesures.

❷ Le pendule à ressort spiral.



• ***Description :*** Sur l'arbre d'un solide de révolution (volant) est soudée l'extrémité d'un fil (ou d'un ruban) élastique. L'autre extrémité de ce ressort spiral est fixée sur un support.

• Lorsque le volant est écarté de sa position d'équilibre le ressort spiral est partiellement déroulé (ou enroulé); de ce fait il exerce sur l'arbre *des forces de rappel* (1) qui tendent à le ramener à sa position d'équilibre.

L'expérience montre que le moment résultant est proportionnel au module de l'élongation, comptée à partir de la position d'équilibre :

$$\mathcal{M} = C|\theta| \qquad (2)$$

• Le volant a donc un mouvement sinusoïdal [compte tenu de (1) et (2)], de période

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$$

C : constante de rappel du ressort spiral en $m \cdot N/rd$

Remarques :

— Si l'axe de Δ est vertical, le moment du poids du volant est nul : le poids étant parallèle à l'axe.

— Si l'axe Δ n'est pas vertical, le moment du poids du volant n'est nul que si le centre de gravité du volant est sur l'axe. Dans le cas contraire la période dépend de l'orientation de l'axe.

— Ce dispositif régularise le mouvement des réveils, des montres...

❸ Le pendule pesant.

Nous verrons que le mouvement d'un pendule pesant est, pour de *faibles amplitudes*, pratiquement un mouvement de rotation sinusoïdal (voir P 21 et P 22).

Travail, puissance P. 15

Lorsqu'une force s'exerce sur un point matériel qui se déplace, on dit qu'elle travaille. Le travail dépend de l'intensité de la force, de l'importance et de la direction du déplacement par rapport à la force. Nous désignerons la mesure arithmétique d'un travail par W, la mesure algébrique par $\overline{W}$.

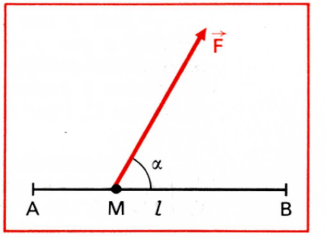
1 | TRAVAIL D'UNE FORCE CONSTANTE

- **Déplacement rectiligne.**

Lorsque M va de A à B, $\vec{F}$ effectue un travail égal à

$$\overline{W} = F \cdot l \cos \alpha = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

Joule J N m



- ***Discussion :***

$\alpha < \frac{\pi}{2}$ $\vec{F}$ entraîne M, $\vec{F}$ est motrice, le travail est positif, ou moteur.

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\vec{F}$ ne tire ni vers A, ni vers B, le travail est nul.

$\alpha > \frac{\pi}{2}$ $\vec{F}$ tend à s'opposer au déplacement, le travail est négatif, ou résistant.

Donc $\overline{W} > 0 \Longrightarrow$ travail moteur, $\overline{W} < 0 : \Longrightarrow$ travail résistant.

- **Travail du poids d'un corps.**

Lorsque le centre de gravité d'un corps va de A à D, le poids effectue un travail donné par

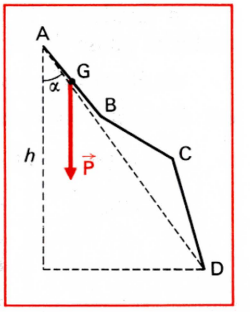
$$\overline{W} = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} + \vec{P} \cdot \overrightarrow{BC} + \vec{P} \cdot \overrightarrow{CD} = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AD}$$

puisque $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

donc $W = P \cdot AD \cdot |\cos \alpha| = P \cdot h$

$$W = Ph$$ h dénivellation

en mesure algébrique : $\overline{W} = +Ph$ si le poids descend (travail moteur)
$\overline{W} = -Ph$ si le poids monte (travail résistant)



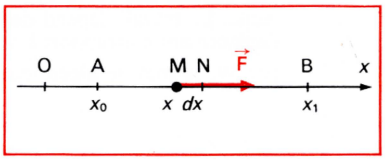
2 | TRAVAIL D'UNE FORCE D'INTENSITÉ VARIABLE

1 *Expression générale.*

• Un point matériel se déplace sur un axe $\overrightarrow{Ox}$ subissant une force de direction Ox, qui varie au cours du déplacement. La mesure algébrique de cette force est donc une fonction de x, soit

$$\overline{F} = f(x)$$

Quel est le travail effectué lorsque le point va de A à B?

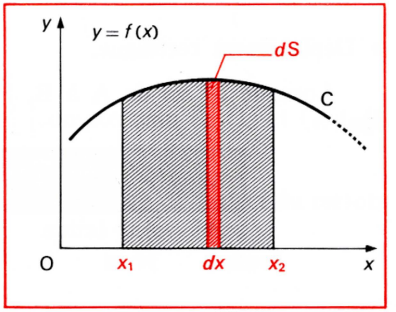


Complément mathématique (sans démonstration).

— Soit y une grandeur fonction d'une variable x par $y = f(x)$. Soit C la courbe représentant $y = f(x)$ en axes rectangulaires. Cherchons à évaluer l'aire S comprise entre la courbe C, l'axe des x et les droites $y = x_1$ et $y = x_2$.

— On peut découper la surface en bandes de largeur infiniment petite dx et de hauteur $y = f(x)$. L'aire d'une telle bande infiniment petite est appelée l'aire élémentaire dS, pour le petit rectangle :

$$d\mathrm{S} = f(x)dx.$$



— Il faut ensuite faire la somme de x_1, à x_2 de toutes ces aires élémentaires, ce qu'on note :

$$\int_{x_1}^{x_2} d\mathrm{S} = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx. \qquad \int_{x_1}^{x_2} \text{ se lit somme de } x_1 \text{ à } x_2.$$

— On démontre, F(x) étant une primitive de $f(x)$ (voir P 4, 2), que :

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \mathrm{F}(x_2) - \mathrm{F}(x_1)$$

REMARQUE : si x est un temps, y une vitesse, S représentera une distance; si x est une distance, y une force, S représentera un travail...

• Évaluons le travail élémentaire $d\overline{W}$ effectué par la force lorsque le point matériel passe de M à N, c'est-à-dire lorsque la variable x passe de x à $x + dx$.

dx étant infiniment petit, $\overline{F}$ reste constante et égale à $f(x)$; le travail élémentaire est donc $d\overline{W} = \overline{F}dx = f(x)dx$.

Le travail effectué par la force de A à B est donc égal à

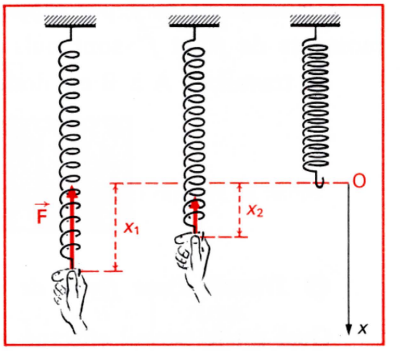
$$\overline{W} = \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \qquad \text{avec} \qquad d\overline{W} = \overline{F}dx$$

❷ *Travail de la force de rappel d'un ressort.*

• Soit un ressort à spires non jointives.

Si nous allongeons ce ressort, il se déforme, tout le long du ressort apparaissent des forces élastiques intérieures; l'action de ces forces intérieures est équivalente à celle d'une force $\vec{F}$ de module proportionnel à l'allongement x. Si on mesure $\vec{F}$ algébriquement sur l'axe $\overrightarrow{Ox}$

$$\overline{F} = -kx$$



REMARQUE :

F s'appelle aussi la tension du ressort (P 9, 2), k est le coefficient de raideur du ressort.

• Pour passer de x à $x + dx$, $\vec{F}$ effectue le travail élémentaire

$$d\overline{W} = \overline{F}\,dx = -kx\,dx$$

(vérifier bien, x étant positif, que $d\overline{W}$ et dx sont de signe contraire).

• Pour passer de x_1 à x_2, la force $\vec{F}$ effectue le travail

$$\overline{W} = \int_{x_1}^{x_2} -kx\,dx = -k\int_{x_1}^{x_2} x\,dx = -k\left[\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}\right] \Longrightarrow \boxed{\overline{W} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2}$$

Ce travail correspond au travail des forces intérieures, on lui met pour cela l'indice $i \Longrightarrow \overline{W_i}$; si on veut préciser qu'un travail est dû à une force extérieure (à un système) on mettra l'indice $e \Longrightarrow \overline{W_e}$.

3 | TRAVAIL EFFECTUÉ AU COURS D'UNE ROTATION

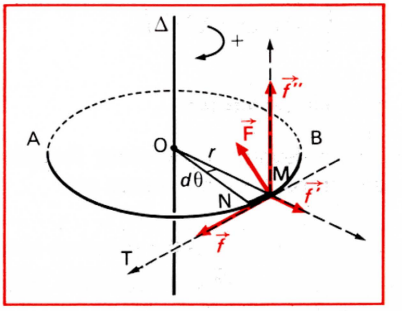
Pour les élèves de D : admettre le résultat du 3, ❶, ❷ et ❸

❶ *Expression générale.*

Un point matériel parcourt un arc de cercle AB, subissant une force $\vec{F}$; quel est le travail de $\vec{F}$?

Évaluons le travail élémentaire $d\overline{W}$ pour passer de M à N, c'est-à-dire au cours d'un déplacement $ds = rd\theta$.

Décomposons $\vec{F}$ en $\vec{f}$ suivant $\overrightarrow{MT}$, $\vec{f}'$ suivant $\overrightarrow{OM}$, et $\vec{f}''$ parallèle à l'axe de rotation Δ.



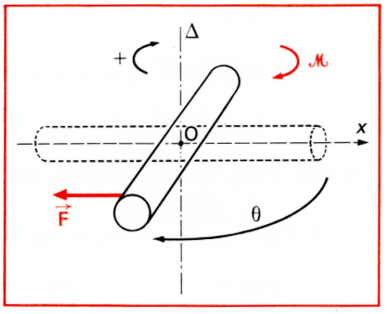
Au cours du déplacement ds, $\vec{f'}$ et $\vec{f''}$, qui sont perpendiculaires au déplacement, ne travaillent pas, seule $\vec{f}$ effectue le travail : $d\overline{W} = \overline{f}\,ds = \overline{f}\,r d\theta$ $\overline{f}r$ représente le moment de $\vec{f}$ par rapport à Δ, c'est-à-dire le moment de $\vec{F}$ puisque les moments de $\vec{f'}$ et $\vec{f''}$ sont nuls (voir P 13, 2), d'où $d\overline{W} = \overline{\mathcal{M}}\,d\theta$.

Le travail de A à B est donc donné par

$$\overline{W} = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \overline{\mathcal{M}}\,d\theta \quad \text{avec} \quad d\overline{W} = \overline{\mathcal{M}}\,d\theta$$

❷ *Travail d'une force de moment constant.*

Quel est le travail effectué par $\vec{F}$, lorsque son point d'application tourne d'un angle θ? Le moment de $\vec{F}$ par rapport à Δ, $\overline{\mathcal{M}}$ est invariable.



$$d\overline{W} = \overline{\mathcal{M}}\,d\theta \implies \overline{W} = \int_0^{\theta} \overline{\mathcal{M}}\,d\theta = \overline{\mathcal{M}}\,\theta$$

$\overline{W} = \overline{\mathcal{M}}\,\theta$ { $\overline{\mathcal{M}}$ moment constant en $m \cdot N$; θ angle de rotation (rd)

REMARQUE

$\overline{\mathcal{M}}$ peut être le moment d'un couple.

❸ *Travail d'un couple de torsion.*

Transposer le raisonnement du 2. ❷ au cas d'un fil de torsion. On arrive à montrer que le travail du couple de torsion pour passer de θ_1 à θ_2 est

$$\overline{W} = \frac{1}{2}C\theta_1^2 - \frac{1}{2}C\theta_2^2.$$

4 | PUISSANCE

❶ *Définition.*

• Lorsqu'un moteur fournit régulièrement un travail $\overline{W}$ pendant un intervalle de temps t, sa puissance est

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{\overline{W}}{t}$$

$\overline{\mathcal{P}} > 0$: puissance motrice
$\overline{\mathcal{P}} < 0$: puissance résistante

$\mathcal{P}$ est en watts (W). (Ne pas confondre le symbole du watt avec le travail W.)

• D'une manière générale le travail $\overline{W}$ est fonction du temps; la relation précédente donne alors la puissance moyenne pendant l'intervalle de temps t.

Si on veut la puissance à chaque instant, il suffit de considérer le travail élémentaire $d\overline{W}$ fourni pendant la durée dt :

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{d\overline{W}}{dt}$$

La puissance à chaque instant est donc la dérivée du travail par rapport au temps.

Inversement, si la puissance est donnée par $\overline{\mathcal{P}} = f(t)$, le travail effectué entre t_1 et t_2 est $\overline{W} = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$.

Pour les élèves de D, admettre les résultats du 4, ❷ et ❸.

❷ *Puissance développée par une force.*

Un point matériel se déplace à la vitesse $\vec{v}$ sur un axe $\overrightarrow{Ox}$; il est soumis à une *force* $\vec{F}$ *parallèle à* $\vec{v}$ (donc à $\overrightarrow{Ox}$).

Pendant une durée dt, le déplacement est dx tel que $dx = \overline{v}\,dt$ (P 4, 1).

Le travail effectué est $d\overline{W} = \overline{F}\,dx$, d'où

$$d\overline{W} = \overline{F}\,\overline{v}\,dt \Longrightarrow \boxed{\overline{\mathcal{P}} = \overline{F} \cdot \overline{v}}$$

si $\vec{F} // \vec{v}$

Remarque :

Si $\vec{F}$ n'est pas parallèle à $\vec{v}$ $\Longrightarrow$

$$\boxed{\overline{\mathcal{P}} = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

❸ *Puissance développée par un moment de force.*

Soit $\overline{\mathcal{M}}$ le moment d'une force qui s'exerce sur un solide tournant à la vitesse $\overline{\omega}$.

Pendant une durée $\overline{dt}$, l'angle de rotation est $d\theta$ tel que $d\theta = \overline{\omega}\,dt$ (P 6, 3).

Le travail effectué est $d\overline{W} = \overline{\mathcal{M}}\,d\theta$, d'où

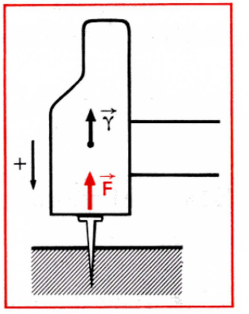
$$d\overline{W} = \overline{\mathcal{M}}\,\overline{\omega}\,dt \Longrightarrow \boxed{\overline{\mathcal{P}} = \overline{\mathcal{M}}\,\overline{\omega}}$$

Énergie cinétique P. 16

Lorsqu'un marteau est posé sur un clou, ce dernier ne s'enfonce pas. Il est nécessaire de lancer le marteau pour effectuer le travail désiré. D'une manière générale, tout corps en mouvement est susceptible d'effectuer un travail : il possède de l'*énergie cinétique*.

1 | EXERCICE PRÉLIMINAIRE

Lorsque le marteau enfonce le clou, il subit une force résistante $\vec{F}$, par rapport à laquelle nous négligerons son poids.



Supposons cette force constante, la vitesse du marteau diminue de v à 0, pendant que le clou s'enfonce de Δx

$$\Delta(v^2) = 0 - v^2 = 2\bar{\gamma}\Delta x$$

Le travail effectué par $\vec{F}$ est $\overline{W} = \overline{F} \cdot \Delta x$ (ici $\overline{W} < 0$).

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique

$$\overline{F} = m\bar{\gamma} \implies \overline{F} = -\frac{mv^2}{2\Delta x}$$

d'où $\overline{W} = \overline{F}\Delta x = -\frac{1}{2}mv^2$: le travail est donc résistant de module $\frac{1}{2}mv^2$.

Nous faisons ainsi apparaître une grandeur mécanique importante : l'*énergie cinétique* $1/2\ mv^2$. Nous voyons de plus que l'énergie cinétique du marteau s'est transformée en travail : le travail nécessaire pour enfoncer le clou.

2 | ÉNERGIE CINÉTIQUE D'UN POINT MATÉRIEL

L'expérience montre que l'énergie cinétique dépend à la fois de la masse et de la vitesse du point matériel.

Elle est définie par la relation:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

(voir exercice préliminaire)

joules kg m/s

3 ÉNERGIE CINÉTIQUE D'UN SYSTÈME DE POINTS MATÉRIELS

• L'énergie cinétique d'un système de points matériels est la somme des énergies cinétiques de tous ses points

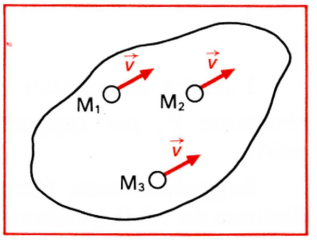
$$E_c = \Sigma \frac{1}{2} m v^2$$

• Pour un solide en translation.

Au même instant tous les points du solide ont même vecteur vitesse $\vec{v}$.

Découpons le solide en points matériels M_1, M_2 de masse Δm_1, Δm_2 ...

$$E_c = \frac{1}{2}\Delta m_1 v^2 + \frac{1}{2}\Delta m_2 v^2 + \ldots = \frac{v^2}{2}\Sigma \Delta m$$



$\Sigma \Delta m$ = M masse totale du solide

$$E_c = \frac{1}{2} M v^2$$

• Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe.

Au même instant tous les points du solide ont même vitesse angulaire ω.

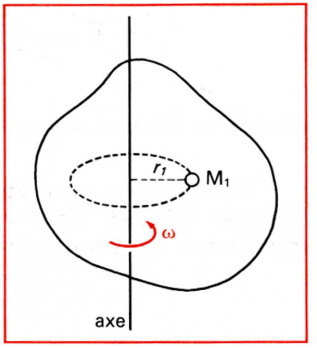
Découpons le solide en points matériels M_1, M_2 de masse Δm_1, Δm_2 ... situés à r_1, r_2 ... de l'axe.

M_1 a la vitesse linéaire $v_1 = r_1 \omega$

M_2 a la vitesse linéaire $v_2 = r_2 \omega$

d'où

$$E_c = \frac{1}{2}\Delta m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2}\Delta m_2 r_2^2 \omega^2 + \ldots = \frac{\omega^2}{2}\Sigma \Delta m\, r^2$$



$\Sigma \Delta m r^2$ représente le moment d'inertie J du solide par rapport à l'axe de rotation

$$E_c = \frac{1}{2} J \omega^2$$

• Pour un solide en mouvement complexe, on démontre :

$$E_c = \frac{1}{2} M v_G^2 + \frac{1}{2} J_G \omega^2$$

énergie de translation
M : masse supposée concentrée au centre de gravité G
v_G : vitesse de G

énergie de rotation autour d'un axe Δ passant par G
J_G : moment d'inertie par rapport à Δ
ω : vitesse de rotation autour de Δ

4 | THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

On démontre, à partir du principe fondamental de la dynamique, le théorème suivant :

« La variation de l'énergie cinétique d'un système pendant un certain intervalle de temps est égale à la somme *algébrique* des travaux des forces *intérieures* et *extérieures* qui s'exercent sur le système pendant cet intervalle de temps. »

$$\Delta E_c = \Sigma \overline{W}$$

REMARQUES

- Pour les solides, la somme des travaux des forces intérieures est nulle, il suffit de ne tenir compte que des forces extérieures.

- ΔE_c représente la *variation* d'énergie cinétique, c'est-à-dire l'énergie cinétique finale moins l'énergie cinétique initiale.

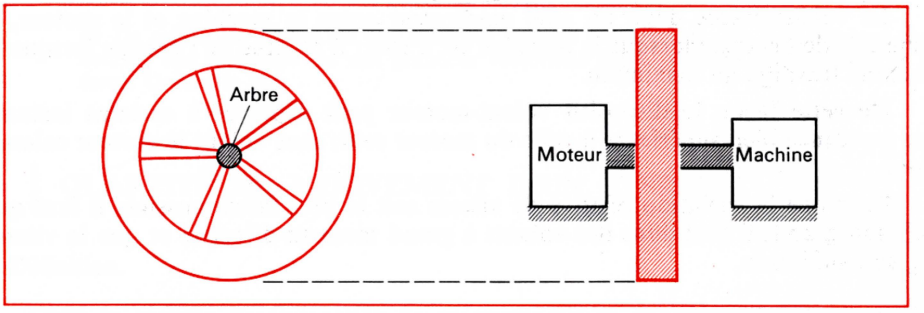
- Si les forces motrices l'emportent sur les forces résistantes $\Sigma \overline{W} > 0$, d'où $\Delta E_c > 0$, l'énergie cinétique augmente. *Ex. :* démarrage d'un véhicule.

Si les forces résistantes l'emportent $\Sigma \overline{W} < 0 \Rightarrow \Delta E_c < 0$, l'énergie cinétique diminue. *Ex. :* freinage d'un véhicule pour diminuer la vitesse.

Si les forces motrices équilibrent les forces résistantes $\Sigma \overline{W} = \Delta E_c = 0$, l'énergie cinétique est invariable, nous retrouvons le « principe » d'inertie.

Exemple : véhicule immobile ou en mouvement uniforme.

5 | APPLICATION : LE VOLANT



- Le volant est un solide de révolution de grand moment d'inertie calé sur l'arbre d'un moteur. Supposons que le moteur actionne une machine-outil à fonctionnement irrégulier (laminoir). Nous allons voir que le volant régularise la rotation et modère les à-coups.

• Soit J le moment d'inertie du volant (nous négligerons devant J les moments d'inertie des autres parties tournantes).

Soit ω_1 la vitesse de rotation de l'arbre à l'instant t_1.

Soit ω_2 la vitesse de rotation de l'arbre à l'instant t_2.

Pendant la durée $t_2 - t_1$ le moteur a fourni le travail moteur $\overline{W_m}$, la machine le travail résistant $\overline{W_r}$.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_1 et t_2

$$\Delta E_c = \overline{W_m} + \overline{W_r} \qquad (\text{ici } \overline{W_m} > 0 \quad \overline{W_r} < 0)$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} J\omega_2^2 - \frac{1}{2} J\omega_1^2 = \frac{1}{2} J(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 + \omega_1)$$

$$= J\Delta\omega\, \omega_m$$

ω_m étant la vitesse moyenne entre t_1 et t_2.

$$J\Delta\omega\, \omega_m = \overline{W_m} + \overline{W_r}$$

Faisons apparaître la variation relative de vitesse en divisant par $J\omega_m^2$

$$\boxed{\frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\overline{W_m} + \overline{W_r}}{J\omega_m^2}}$$

• ***Discussion :***

— Si $\overline{W_m} + \overline{W_r} = 0$ le moteur donne juste le travail nécessaire à la machine, le volant ne joue aucun rôle.

— Si $\overline{W_m} + \overline{W_r} > 0$, $\Delta\omega > 0$, le volant accumule de l'énergie cinétique.

— Si $\overline{W_m} + \overline{W_r} < 0$, $\Delta\omega < 0$, le volant cède une partie de son énergie cinétique.

Le volant exerce donc un *effet modérateur* entre la machine et le moteur, il accumule de l'énergie lorsque la machine est à vide; il restitue de l'énergie lorsque la machine travaille au maximum.

De cette façon le dispositif volant-moteur peut déployer à certains instants une puissance bien supérieure à celle du moteur seul; sans volant le moteur calerait alors.

Pour que la variation relative de vitesse soit la plus faible possible il faut que $J\omega_m^2$ soit grand; il faut donc des volants à grand moment d'inertie et que la vitesse ω_m soit suffisante.

REMARQUES

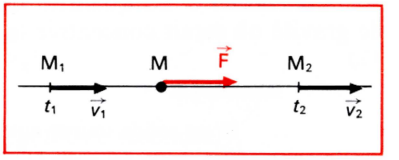
— Pour réduire les risques d'éclatement dus aux efforts centrifuges on choisit la forme du volant.

— Quelquefois c'est le rotor du moteur ou une partie tournante de la machine qui jouent le rôle de volant.

Quantité de mouvement P. 17

1 | EXERCICE PRÉLIMINAIRE

Un point matériel M, de masse m, est animé d'un mouvement rectiligne, sa vitesse est $\vec{v_1}$ lorsqu'il est en M_1, $\vec{v_2}$ en M_2. Il subit une force constante $\vec{F}$. $\vec{F} = m\vec{\gamma}$, le mouvement est donc uniformément varié; par suite :



$$\frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \bar{\gamma} \text{ (P 4, 3)} \Longrightarrow \overline{v_2} - \overline{v_1} = \bar{\gamma} \cdot \Delta t \ (\Delta t = t_2 - t_1)$$

D'où, en multipliant par m : $m\vec{v_2} - m\vec{v_1} = \vec{F} \cdot \Delta t$.

Nous faisons ainsi apparaître deux grandeurs mécaniques importantes :

- La *quantité de mouvement* du point : c'est le vecteur $\boxed{\vec{\rho} = m\vec{v}}$
- L'*impulsion* exercée par $\vec{F}$ sur M, pendant l'intervalle de temps Δt : c'est le vecteur $\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t}$

REMARQUES

❶ L'énergie cinétique et la quantité de mouvement caractérisent l'importance du mouvement, leur nullité signifie le repos, mais il faut bien distinguer :

— l'énergie cinétique mesurée par un nombre positif en joules;

— la quantité de mouvement, grandeur vectorielle, mesurée en *kg . m/s*.

❷ De même, un travail est une grandeur scalaire (numérique), liée à la distance parcourue, une impulsion est une grandeur vectorielle liée à la durée d'application de la force. Unité : le N.s.

2 | QUANTITÉ DE MOUVEMENT D'UN SYSTÈME

- **Définition.**

C'est la somme des quantités de mouvements de chaque point du système, soit : $\Sigma m\vec{v}$

Pour un solide en translation : $\boxed{\vec{\rho} = \Sigma m\vec{v} = M\vec{v}}$

M est la masse du solide : Σm.

● **Propriété.**

Soit G le centre de gravité d'un système, M sa masse : $M\overrightarrow{OG} = \Sigma m\overrightarrow{OM}$ (P 8, 1).

Dérivons par rapport au temps t : $\boxed{M\vec{v}_G = \Sigma m\vec{v} = \vec{\rho}}$

$\vec{v}_G = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ est la vitesse de G.

Conclusion : La quantité de mouvement d'un système est celle de son centre de gravité où serait concentrée la masse du système.

EXEMPLE

Si un solide tourne autour d'un axe passant par son centre de gravité, sa quantité de mouvement est nulle ($\vec{v}_G = \vec{0}$) alors que son énergie cinétique ne l'est pas.

3 | CONSERVATION DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

❶ *Théorème.*

● Considérons un système soumis à des forces extérieures qui s'équilibrent $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$. L'impulsion totale exercée est donc nulle : $(\Sigma\vec{F}) \cdot \Delta t = \vec{0}$. D'autre part, compte tenu du théorème du centre de gravité et du « principe » d'inertie (P 8, 2), nous savons que le centre de gravité du système est immobile ou animé d'un mouvement rectiligne et uniforme, quoiqu'il en soit la quantité de mouvement du système $M\vec{v}_G$ est constante : *elle se conserve* au cours du mouvement.

En résumé : $\boxed{\Sigma\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{0} \implies \vec{\rho} = \Sigma m\vec{v} = C^{te}}$

❷ *Exemple : au cours d'un choc.*

Pendant le choc de la bille B sur B′, immobile, les poids et les tensions des fils ne donnent pas d'impulsion horizontale. La quantité de mouvement. initiale du système (B, B′) est : $m\vec{v}_1$.

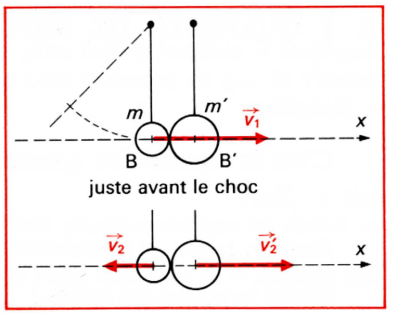
Juste après le choc, la quantité de mouvement finale est :

$$m\vec{v}_2 + m'\vec{v}'_2$$

Puisqu'il y a conservation :

$$m\vec{v}_1 = m\vec{v}_2 + m'\vec{v}'_2$$

ou $m\overline{v}_1 = m\overline{v}_2 + m'\overline{v}'_2$ (1)



Connaissant la vitesse d'arrivée de B : $\vec{v_1}$, nous ne pouvons avec cette seule équation (1) déterminer les deux vitesses inconnues $\vec{v_2}$ et $\vec{v'_2}$. Voici deux cas où la résolution est possible :

1er *cas :* le choc est parfaitement *élastique;* les sphères s'écrasent l'une contre l'autre puis reprennent leurs formes initiales; les forces élastiques (intérieures) effectuent d'abord un travail résistant puis un travail moteur égal en module, le travail total est nul donc l'énergie cinétique reprend à la fin du choc sa valeur initiale.

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_1^2 = \frac{1}{2}m\vec{v}_2^2 + \frac{1}{2}m'\vec{v}_2'^2 \qquad (2)$$

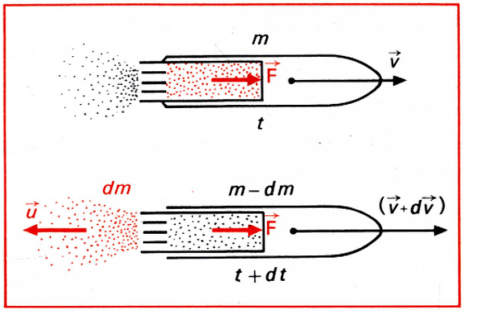
(1) et (2) est un système à deux inconnues qu'il suffit de résoudre.

2e *cas :* le choc est *mou*, au terme du choc B et B′ sont collées, dans ce cas : $\vec{v_2} = \vec{v'_2}$, il n'y a plus qu'une inconnue. On vérifie que dans ce cas l'énergie cinétique ne se conserve pas : les forces intérieures ont effectué un travail résistant.

Remarque : B et B′ peuvent se séparer par la suite.

❸ *Exemple : propulsion par réaction.*

• Étude du système : (fusée gaz).



Considérons une fusée située dans une région de l'espace dénuée de pesanteur.

Elle éjecte par sa tuyère un débit gazeux, $D = \frac{dm}{dt}$, qui a la vitesse $\vec{u}$ (par rapport à la fusée). La quantité de mouvement du système [fusée, gaz (rouge)] à l'instant t, est : $m\vec{v}$ (1). La quantité de mouvement du même système, à l'instant $(t + dt)$ est devenue :

$$(m - dm)\left(\vec{v} + d\vec{v}\right) + dm\left(\vec{v} + d\vec{v} + \vec{u}\right) \qquad (2)$$

La masse de gaz éjecté, dm, a une vitesse relative $\vec{u}$, donc la vitesse $\left(\vec{v} + d\vec{v}\right) + \vec{u}$ par rapport au repère dans lequel on étudie le mouvement de la fusée.

La fusée ne subit pas d'impulsion extérieure (les gaz éjectés ont une pression pratiquement nulle), donc la quantité de mouvement du système se conserve :

$$(1) = (2) \Longrightarrow m\vec{v} = m\vec{v} + m \cdot d\vec{v} + dm \cdot \vec{u}, \text{ en divisant par } dt \Longrightarrow m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{dm}{dt}\vec{u}$$

$$\Longrightarrow m\vec{\gamma} = -D \cdot \vec{u}$$

● **Étude du système : fusée.**

Les gaz dans la chambre de combustion exercent sur le reste de la fusée une poussée $\vec{F}$. Écrivons la relation fondamentale : $\vec{F} = (m - dm)\vec{\gamma}$; dm est négligeable devant m (il suffit de prendre dt aussi petit que l'on veut) donc la poussée est égale à :

$$\boxed{\vec{F} = -D \cdot \vec{u}}$$

Le signe moins signifie que l'éjection des gaz et la poussée produite par réaction sont de sens opposés.

REMARQUE.

Si m_0 est la masse de la fusée et de ce qu'elle contient à l'instant $t = 0$: $m = m_0 - D.t$, en supposant le débit D, constant, d'où :

$\gamma = \dfrac{Du}{m_0 - Dt}$. Le mouvement est accéléré, mais *non* uniformément.

4 | VARIATION DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

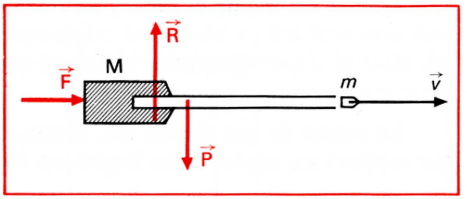
● La conservation de la quantité de mouvement d'un système suppose qu'il ne subit aucune impulsion (système isolé : 2e exemple) ou que la somme des impulsions reçues est nulle (1er exemple). S'il n'en est pas ainsi, la quantité de mouvement varie. L'exercice préliminaire nous a montré que cette variation, pour le point considéré, était égale à l'impulsion reçue, ce résultat est tout à fait général, nous l'admettrons.

Théorème : La variation de la quantité de mouvement d'un système pendant un intervalle de temps est égale à la somme vectorielle des impulsions qu'il subit pendant cet intervalle de temps.

$$\boxed{\Sigma \vec{F}_{ext} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}}$$

● ***Exemple :*** **recul d'une arme à feu.**

Lorsqu'une arme envoie un projectile, elle recule si elle n'est pas bloquée par un obstacle. Supposons l'arme bloquée par l'épaule du tireur qui exerce sur la crosse une force $\vec{F}$.



La quantité de mouvement initiale est nulle ; lorsque le projectile sort du canon, la quantité de mouvement finale du système (arme, projectile) est $m\vec{v}$ (uniquement due à la balle, le fusil étant parfaitement bloqué) ; donc

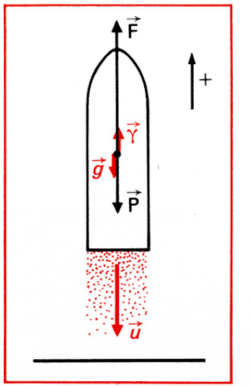
$(\vec{F} + \vec{P} + \vec{R})\Delta t = m\vec{v} - \vec{o}$, en projetant sur l'horizontale $F\Delta t = mv \Longrightarrow F = \dfrac{mv}{\Delta t}$

Remarque : si $F = 0$, le fusil recule à une vitesse $\vec{V}$ telle que

$$(\vec{P} + \vec{R})\Delta t = m\vec{v} + M\vec{V} - \vec{0}$$

d'où par projection sur l'horizontale $mv = MV$.

- ***Exemple :*** **départ d'une fusée.**



Soit $\vec{P}$ son poids à l'instant t, sa variation est négligeable pendant l'intervalle de temps dt : (voir ❸ page 85).

$$\vec{P} \cdot dt = (m\vec{v} + m \cdot d\vec{v} + dm \cdot \vec{u}) - m\vec{v}$$

divisons par mdt : $\vec{\gamma} = -\dfrac{D}{m} \cdot \vec{u} + \vec{g}$

$$\gamma = \frac{Du}{m} - g \quad (Du \text{ est la poussée})$$

Condition de décollage : $\dfrac{Du}{m} > g$ ou $Du = F > mg = P$.

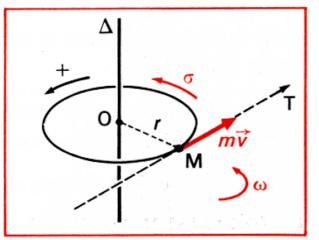
Moment cinétique P. 18

Transposons dans le domaine des rotations la notion de quantité de mouvement.

1 | RELATIONS DE DÉFINITION

❶ *Moment cinétique d'un point matériel.*

Le point M, de masse m, est animé d'un mouvement circulaire, de vitesse $\vec{v}$, $\vec{\rho} = m\vec{v}$ est sa quantité de mouvement. Le moment de ce vecteur $\vec{\rho}$ par rapport à l'axe de rotation Δ s'appelle le *moment cinétique* de M.



Il est noté : $\overline{\sigma} = r \cdot m\overline{v}$ (en kg · m²/s)

Soit $\overline{\omega}$ la vitesse angulaire de M; $\overline{v} = r\overline{\omega}$ (P6.3) donc : $\overline{\sigma} = mr^2 \cdot \overline{\omega}$

REMARQUES

Vitesse angulaire, accélération angulaire, moment d'une force ou d'un couple, moment cinétique sont des grandeurs vectorielles axiales, que nous représentons sommairement et provisoirement par des « flèches tournantes ».

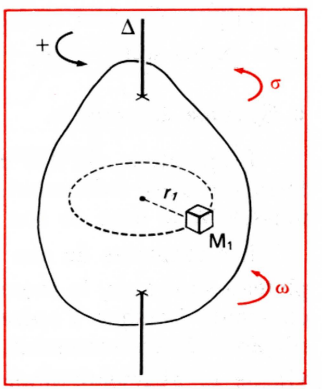
Le sens du moment cinétique est celui du mouvement. On n'observe rien de tel pour l'énergie cinétique.

❷ *Moment cinétique d'un système par rapport à un axe.*

C'est la somme des moments cinétiques de chaque point du système : $\Sigma\overline{\sigma}$.

❸ *Moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.*

Au même instant tous les points du solide ont la même vitesse angulaire $\overline{\omega}$. Découpons le solide en points matériels M_1, M_2, etc., de masses Δm_1, Δm_2, etc., situés à r_1, r_2, etc., de l'axe Δ.



Le moment cinétique de M_1 est : $\overline{\sigma_1} = \Delta m_1 \cdot r_1^2 \cdot \overline{\omega}$

Le moment cinétique de M_2 est : $\overline{\sigma_2} = \Delta m_2 \cdot r_2^2 \cdot \overline{\omega}$

etc.

Ajoutons membre à membre : $\overline{\sigma} = \Sigma\overline{\sigma_1} = \overline{\omega} \cdot \Sigma\Delta m \cdot r^2$
Puisque : $J = \Sigma\Delta m \cdot r^2$ (moment d'inertie)

Finalement : $\boxed{\overline{\sigma} = J \cdot \overline{\omega}}$

$kg \cdot m^2/s$ $\quad kg \cdot m^2 \quad rd/s$

2 | CONSERVATION DU MOMENT CINÉTIQUE

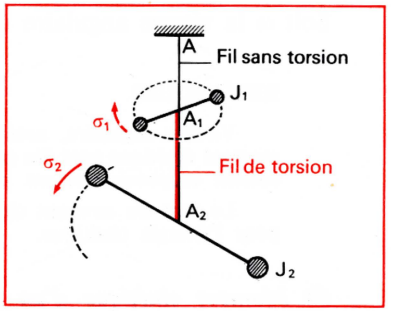
• On démontre, et nous l'admettrons sans démonstration, le résultat suivant :

Théorème : *Si la somme des moments, par rapport à un axe fixe Δ, des forces extérieures appliquées à un système, est nulle, alors, le moment cinétique de ce système reste invariable.*

• ***Exemple :*** Le système solaire est isolé : il ne subit pas de forces extérieures. Son moment cinétique est constant, sa quantité de mouvement également (P.17, 3).

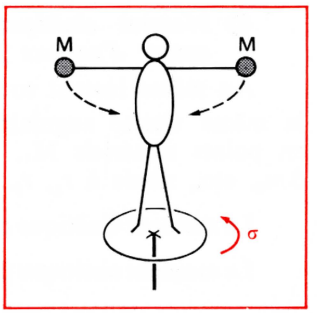
• ***Exemple :*** Solide mobile autour d'un axe fixe. $0 = \Sigma\overline{M} = J\overline{A} \Longrightarrow \overline{A} = 0$.
Le solide est en équilibre, ou animé d'un mouvement uniforme: $\overline{\sigma} = J\overline{\omega}$ est constant.

• **Système déformable.**



Un fil de torsion A_1 A_2 est commun à deux pendules de torsion, soutenus par un fil AA_1 permettant une rotation libre. Le système, après torsion, est abandonné sans vitesse. On constate que les pendules oscillent en opposition (en sens contraire) et que la tige de plus faible moment d'inertie tourne le plus vite. Étudions ce système déformable : les moments des forces extérieures sont nuls : les poids sont parallèles à l'axe AA_1A_2, le fil AA_1 est sans torsion. (Remarquons que le moment de torsion dû au fil A_1A_2 est intérieur au système). Par suite le moment cinétique du système se conserve. Au départ il est nul, il doit donc rester nul : $J_1\overline{\omega_1} + J_2\overline{\omega_2} = 0$.

• **Système déformable.**



L'opérateur est mis en rotation sur un plateau tournant sans frottements. Lorsqu'il rapproche les masses M le long de son corps, il tourne plus vite.

Les moments de son poids et de la réaction du plateau sont nuls, le moment cinétique $\overline{\sigma} = J\overline{\omega}$ reste constant. Lorsque l'opérateur diminue le moment d'inertie J, en ramenant ses bras près de l'axe, la vitesse $\overline{\omega}$ augmente donc.

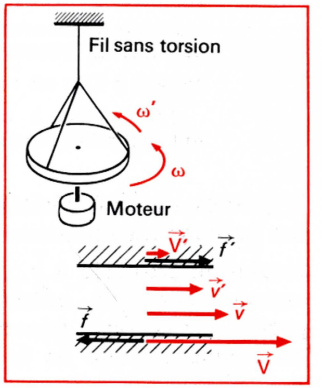
Résistance de l'air P. 19

Lors de l'étude de la chute des corps (P5.1) nous avons vu que l'air exerce des forces résistantes sur les corps en mouvement, qui se fraient un passage à travers lui. Trois phénomènes sont à l'origine de ces forces.

1 | LES CAUSES

• Viscosité de l'air.

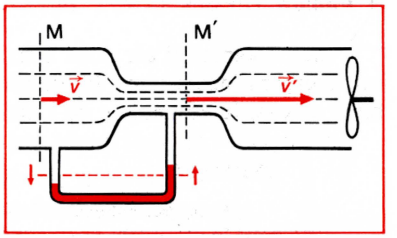
Expérience. Au-dessus d'un disque tournant à grande vitesse, est suspendu un disque, initialement immobile, qui ne tarde pas à se mettre en mouvement : il est entraîné par la mince couche d'air qui sépare les deux disques. C'est un embrayage à fluide.



Interprétons. Les couches d'air ne glissent pas parfaitement les unes sur les autres, leurs vitesses décroissent de façon continue lorsqu'on s'éloigne du disque inférieur. L'air présente une faible viscosité. Les forces exercées par l'air, $\vec{f}$, $\vec{f'}$, sont liées à sa vitesse relative : $(\vec{v} - \vec{V})$, $(\vec{v'} - \vec{V'})$, par rapport à la surface solide freinée $(\vec{f})$ ou entraînée $(\vec{f'})$.

• Phénomène de Venturi.

Expérience. Une canalisation comportant un étranglement est parcourue par un courant d'air constant. Paradoxalement, le manomètre à liquide indique que la pression est plus faible au niveau du rétrécissement M'. Comme le débit d'air est le même en M et M', v' est supérieur à v.



Conclusion : Dans une colonne d'air en mouvement, les zones de grande vitesse sont des zones de dépression.

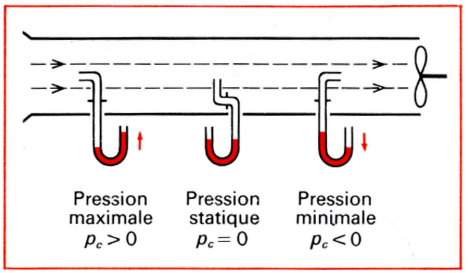
• Pression cinétique.

Un tube coudé permet de déterminer la pression p dans une colonne d'air. Elle dépend de l'orientation du tube. Elle se compose de deux termes :

• la pression statique p_s, due au mouvement désordonné des molécules, donc indépendante de l'orientation.

• la pression cinétique p_c, due au mouvement d'ensemble qui s'ajoute au précédent. p_c est mesurée par le manomètre à liquide.

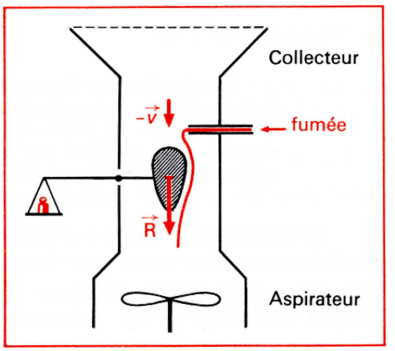
Finalement : $p = p_s + p_c$. p varie comme p_c.



2 | ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Au lieu de considérer le mouvement d'un solide dans l'air immobile, il est plus commode de mettre l'air qui entoure le solide immobile, en mouvement. Si $-\vec{v}$ est la vitesse de l'air, la vitesse relative du solide par rapport à l'air est $\vec{v}$.

On utilise à cet effet une soufflerie, sommairement représentée ci-contre.



Nous ne considérerons dans la suite que des solides admettant un axe de symétrie de révolution parallèle à $\vec{v}$, dans ce cas les forces exercées par l'air admettent une résultante portée par cet axe, (sinon il peut s'y ajouter un couple : chute de la plume), cette résultante est appelée : la *résistance de l'air*, $\vec{R}$.

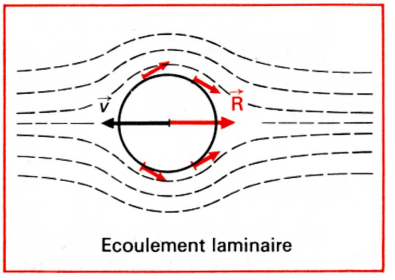
Examinons ce qui se passe dans deux domaines de vitesse.

• **Faibles vitesses** ($v < 1$ *m/s*).

Les couches d'air sont écartées par le solide, les plus proches entraînées par lui exercent des forces tangentielles de viscosité. L'écoulement est dit *laminaire*, dans ce cas, la résistance de l'air est proportionnelle à la vitesse.

EXEMPLE

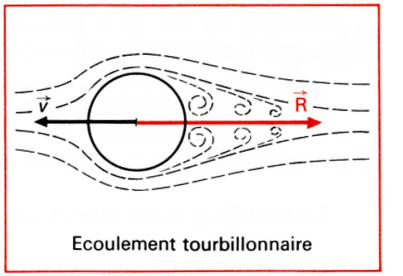
Pour une sphère de rayon r : $R = 6\pi\eta rv$, η est le coefficient de viscosité de l'air.



● **Vitesses moyennes subsoniques.**

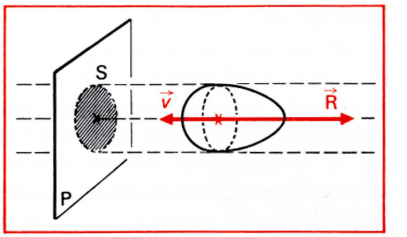
de 1 *m/s* à 250 *m/s*.

Il apparaît des tourbillons, où l'air a une grande vitesse, à l'arrière du mobile. La pression cinétique est importante à l'avant, il y a une dépression à l'arrière due à la pression cinétique négative et au phénomène de Venturi. Dans ce cas la résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse.



Ecoulement tourbillonnaire

La résistance de l'air dépend du maître-couple qui mesure la « largeur » du chemin que doit se « tailler » le solide dans l'air. C'est l'aire S, de la projection du solide sur un plan P perpendiculaire à $\vec{v}$. L'expérience montre que R est proportionnelle à S.



Notons enfin que R est proportionnelle à la masse volumique de l'air : *a*.

En résumé : $\boxed{R = CaSv^2}$

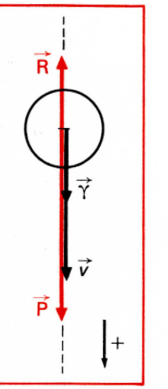
Le coefficient C est déterminé par la forme du mobile : Disque : C = 0,52. Sphère : C = 0,19. Pour des formes aérodynamiques étudiées : C = 0,02.

Dans les conditions usuelles : $a = 1{,}3\ kg/m^3$; posons K = C*a*.

Nous obtenons la formule plus simple :

$$\boxed{R = KSv^2}$$

3 | VITESSE LIMITE



● Considérons un corps tombant en chute libre, dans l'air. Il est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la résistance de l'air $\vec{R}$, nous négligeons la poussée d'Archimède. Écrivons la relation fondamentale :

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{\gamma}$$

$$P - R = m\gamma$$

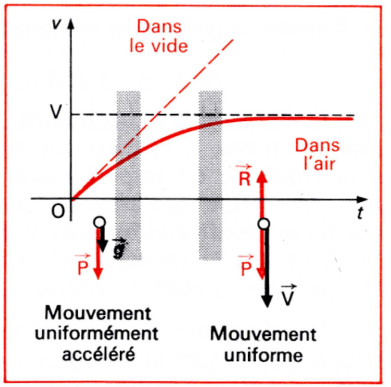
Initialement, la vitesse et R sont faibles, γ est peu différent de *g*. Le mouvement est pratiquement celui de la chute libre, uniformément accéléré.

Ensuite au fur et à mesure que la vitesse augmente, l'accélération diminue.

Finalement l'accélération est nulle lorsque : P = R. Le mouvement est alors uniforme. (Théoriquement il faut attendre un temps infini.)

Le mobile a alors atteint sa *vitesse limite* V.

Conclusion : La *vitesse limite* est atteinte lorsque la résistance de l'air équilibre la force motrice.



On remarquera que cela ne signifie pas que le mobile s'arrête, nous sommes dans les conditions d'application du « principe d'inertie » (P7.3; P8.2).

- Expression de la vitesse limite.

Si 1 *m/s* < V < 250 *m/s* : $R = P \Longrightarrow KSV^2 = P \Longrightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{P}{KS}}}$

4 | CONSÉQUENCES ET APPLICATIONS

- Si le mobile est dense et aérodynamique, le rapport $\frac{P}{KS}$ est important, donc la vitesse limite également.

Les premières secondes de chute sont uniformément variées, R est négligeable devant P. (P5.1).

- L'usage d'un parachute (K et S importants) permet de réduire considérablement la valeur de la vitesse limite.

- La forme des carrosseries automobiles, des coques d'avion est étudiée de manière à réduire le plus possible la résistance de l'air : c'est le problème de l'aérodynamisme.

- En haute altitude la masse volumique de l'air est plus faible, la résistance également, d'où l'intérêt des vols à ce niveau.

Le système d'unités : S.I. P. 20

1 | SYSTÈME D'UNITÉS

Lorsqu'on mesure une grandeur on fait une comparaison avec une grandeur de même espèce appelée *unité*. Ainsi, dire qu'une allée a vingt mètres de longueur, c'est indiquer qu'il est possible de reporter vingt fois le long de cette allée la règle étalon qui représente le mètre. Pratiquement cette comparaison se fait de façon moins directe, on utilise des appareils de mesure (chaîne d'arpenteur dans l'exemple cité). Pour chaque espèce de grandeurs (longueurs, volumes, etc.), les physiciens définissent une, le plus souvent plusieurs unités. Un *système d'unités* est un ensemble d'unités comprenant une unité et une seule pour chaque espèce de grandeur. Si les unités sont choisies arbitrairement (exemple : systèmes anglo-saxons), les formules de physique présentent des coefficients peu commodes. Le système d'unités international (ou S.I.) ne présente pas cet inconvénient, il est cohérent. Il comprend six unités fondamentales, toutes les autres s'en déduisent : ce sont les unités dérivées.

2 | LES UNITÉS FONDAMENTALES

• ***Le mètre.*** Chaque radiation monochromatique est caractérisée (comme une onde radio) par sa longueur d'onde (P 36). Par des procédés optiques il est possible de comparer une longueur à une longueur d'onde avec une précision de l'ordre de 10^{-8}. On utilise une radiation émise par une lampe au krypton, analogue à un tube au néon.

Définition. Le mètre est la *longueur* égale à 1 650 763,73 fois la longueur d'onde de la radiation orange émise par le krypton.

Remarques : Cette définition est simplifiée, il faut préciser les conditions de fonctionnement de la lampe.

• Primitivement, le mètre était la dix-millième partie du quart du méridien terrestre, on a respecté cette première définition, maintenant trop imprécise, ce qui explique la présence d'un coefficient insolite dans la définition moderne.

• ***Le kilogramme*** est la *masse* du prototype déposé au Bureau International des Poids et Mesures.

C'est un cylindre de platine allié de 10 % d'iridium, dont la hauteur et le diamètre valent 4 *cm*. Les pesées se font avec une précision maximale de 10^{-8}.

REMARQUE

Primitivement le kilogramme était la masse de un décimètre cube d'eau.

● ***La seconde.*** Le mouvement périodique de la Terre autour du Soleil permet de définir l'année tropique; disons, en simplifiant beaucoup, que c'est la durée d'un tour.

● **Définition.**

La seconde est l'intervalle de *temps* égal à la fraction 1/31 556 925,974 7 de l'année tropique.

Les mesures de temps se font avec une précision maximale de l'ordre de 10^{-9}.

REMARQUE

Primitivement, on définissait le jour, période de rotation propre de la terre, lequel était décomposé ensuite :

$$1\ j = 24\ h \qquad 1\ h = 60\ mn \qquad 1\ mn = 60\ s$$

● Citons, sans les définir, les trois dernières unités fondamentales du système S.I. L'*ampère* (voir le cours de 1re), unité d'*intensité*. Le *degré Kelvin*, unité de *température*. La candela, unité d'intensité lumineuse.

3 | LES UNITÉS DÉRIVÉES

Les lois physiques sont des relations entre grandeurs; elles permettent de définir, de proche en proche, les unités dérivées, à partir des quelques unités fondamentales du système.

Exemple : Le newton (P 7, 5). Si on avait choisi comme unité de force le poids à Paris de un kilogramme, la relation fondamentale se serait écrite : $F = \frac{1}{9{,}8} \cdot m\gamma$ (kg; m/s²), ce qui explique le rejet de cette unité qui n'est autre que le kilogramme force. Le choix du newton a permis de traduire le principe fondamental par une formule sans coefficient numérique, $F = m\gamma$, appelée *formule de définition* de cette unité, le newton.

4 | CONCLUSION

Le système S.I. est un exemple de *système d'unités cohérent*, comportant quelques unités fondamentales et des unités dérivées.

Le choix des unités fondamentales est à priori entièrement arbitraire; en fait il est guidé par des raisons pratiques et par l'impératif de précision maximale.

Le choix des unités dérivées n'est pas entièrement déterminé; il dépend du choix, en fait peu étendu, des formules de définition.

	Grandeur	Formule de définition	Unité SI	Symbole	Unités qui ne font pas partie du système SI
géométrie	Longueur	néant	mètre	m	micron. 1 mm = $10^3\mu$ angström. $1\mu = 10^4$ Å
	Aire	(carré) $S = a^2$	mètre carré	m^2	
	Volume	(cube) $V = a^3$	mètre cube	m^3	litre. $1l = 10^3 \cdot cm^3$
	Angle	(angle au centre) $\alpha = \frac{s}{r}$	radian	rd	tour. $1tr = 2\pi$ rd degré $180^o = \pi$ rd
inertie, masse	Masse ou inertie	néant	kilogramme	kg	gramme. 1 kg = 10^3 g tonne. 1 t = 10^3 kg
	Moment d'inertie	$j = mr^2$	kilogramme mètre carré	kg · m^2	
	Masse volumique	$\rho = \frac{m}{V}$	kilogramme par mètre cube	kg/m^3	gramme par centimètre cube. 1 $g/cm^3 = 10^3$ kg/m^3
cinématique	Fréquence	$N = \frac{1}{T}$	hertz	Hz	
	Vitesse	$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	mètre par seconde	m/s	kilomètre à l'heure 1 m/s = 3,6 km/h
	Accélération	$\bar{\gamma} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$	mètre par seconde carré	m/s^2	
	Vitesse angulaire	$\bar{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$	radian par seconde	rd/s	tour par seconde 1 tr/s = 2π rd/s 1 tr/s = 60 tr/mn
	Pulsation	ω	radian par seconde		
	Accélération angulaire	$\bar{\mathcal{A}} = \frac{\Delta \bar{\omega}}{\Delta t}$	radian par seconde carré	rd/s^2	
dynamique	Force	$F = m\gamma$	newton	N	kilogramme force 1 kgf = 9,81 N
	Moment de force	$\mathcal{M} = r \cdot F$	mètre newton	m · N	

dynamique	Pression	$p = \frac{F}{S}$	pascal	Pa	1 bar = 10^5 Pa 1 kgf/cm² = 9,81 . 10^4 Pa
			centimètre de mercure.		1 cm. Hg = 13,6 gf/cm²
			atmosphère.		1 at = 76 cm. Hg
					1 bar ≃ 1 kgf/cm² ≃ 1 at
	Quantité de mouvement	$\rho = mv$	kilogramme mètre par seconde	kg.m/s	
	Moment cinétique	$\sigma = rmv$		kg.m²/s	
énergie, chaleur	Travail. Chaleur. Énergie électrique	$W = F \cdot l$	joule	J	kilogrammètre 1 kgm = 9,81 J
			calorie		1 cal = 4,19 J
			watt-heure		1 Wh = 3 600 J
			électron-volt		1 eV = $1{,}6 . 10^{-19}$ J
	Puissance	$\mathscr{P} = \frac{W}{t}$	watt	w	1 cheval vapeur 1 ch = 75 kg m/s = 736 W attention : kgm/s ≠ kg.m/s
	Température	néant	degré Kelvin	°K	degré Celsius T(°K) = t(°C) + 273
électricité	Intensité		ampère	A	
	Charge électrique	$q = \dot{I}t$	coulomb	C	charge élémentaire 1 e = $1{,}6 . 10^{-19}$ C

Il peut être commode de remplacer une unité par un multiple (exemple : mètre par kilomètre) ou par un sous-multiple (exemple : mètre par millimètre); il suffit alors de placer un préfixe approprié devant le nom de l'unité, et un symbole approprié devant son symbole.

Facteur	Préfixe	Symbole
10^6	méga	M
10^3	kilo	k
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-12}	pico	p

Le pendule pesant P. 21

1 | DÉFINITION

On appelle pendule pesant tout corps solide mobile autour d'un axe fixe ne passant pas par son centre de gravité.

Les forces qui s'exercent sur le pendule sont :

— le poids $\vec{P}$;

— la réaction du support $\vec{R}$;

— la poussée d'Archimède;

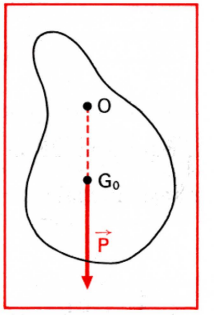
— la résistance de l'air et les forces de frottement s'il est en mouvement.

Nous négligerons les forces autres que $\vec{P}$ et $\vec{R}$; d'ailleurs comme $\vec{R}$ passe par l'axe son moment est nul, la seule force que nous aurons à considérer est donc le poids $\vec{P}$ appliqué au centre de gravité G.

2 | ÉTUDE DU MOUVEMENT (axe supposé horizontal)

❶ *Position d'équilibre.*

A l'équilibre, le moment de $\vec{P}$ doit être nul, donc la droite d'action doit passer par l'axe. G est donc à la verticale de l'axe.



Les oscillations ne peuvent se faire qu'autour de la position d'équilibre stable G_0 située au-dessous de O.

On repèrera la position du pendule par l'angle

$$(\overrightarrow{OG_0}, \overrightarrow{OG}) = \theta$$

appelé élongation angulaire. La valeur absolue de l'élongation maximum est appelée l'amplitude α.

❷ *Cas général : amplitude quelconque.*

Soit : $OG = a$.

J le moment d'inertie par rapport à l'axe horizontal passant par O.

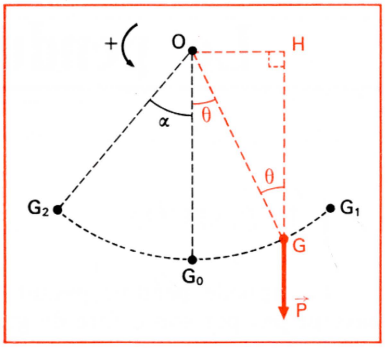
$\vec{P}$ le poids.

• En G_1 le pendule est lâché sans vitesse initiale : l'énergie cinétique $Ec_1 = 0$.

De G_1 à G_0 le poids effectue un travail moteur : l'énergie cinétique augmente.

De G_0 à G_2 le poids effectue un travail résistant : l'énergie cinétique diminue.

En G_2 la vitesse est nulle : $Ec_2 = 0$. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre G_1 et G_2; soit h la dénivellation entre G_1 et G_2 : $Ec_2 - Ec_1 = P \cdot h$; comme $Ec_1 = Ec_2 = 0 \Longrightarrow h = 0$. Donc G_1 et G_2 sont symétriques par rapport à OG_0 : le mouvement se reproduira périodiquement.



C'est donc un *mouvement périodique;* on appelle oscillation le mouvement qu'effectue le pendule pendant une période (trajet tel que $G_1G_0G_2G_0G_1$); on appelle battement un trajet tel que $G_1G_0G_2$.

• Le moment de $\vec{P}$ par rapport à l'axe est : $\mathcal{M}_{\vec{P}} = P \cdot OH = Mga \sin \theta$. Le pendule n'est donc pas soumis à des forces de rappel dont le moment est proportionnel à l'élongation θ : le mouvement, dans le cas d'une amplitude quelconque, est donc périodique mais n'est pas sinusoïdal.

❸ ***Cas des petites amplitudes*** (α de quelques degrés).

Dans ce cas $\sin \theta \simeq \theta$ (θ en radians), le moment de $\vec{P}$ devient : $\mathcal{M}_{\vec{P}} = Mga\theta$. Ce moment est de la forme $C\theta$; en posant $C = Mga$.

C'est donc un moment de rappel proportionnel à l'élongation : le mouvement de rotation, dans le cas des petites amplitudes, est donc pratiquement sinusoïdal, de période :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}} \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{Mga}}}$$

d'équation de la forme $\theta = \alpha \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, ω étant la pulsation égale à $\frac{2\pi}{T}$, φ la phase initiale.

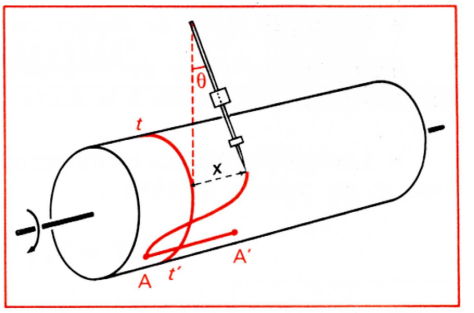
3 | VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE

❶ ***Enregistrement graphique*** (pour de petites amplitudes).

• **Expérience.**

Un pendule oscille parallèlement aux génératrices d'un cylindre qui tourne à vitesse constante. Un stylet inscrit le diagramme du mouvement sur une feuille de papier enroulée sur le cylindre.

1er temps. Le cylindre tourne, le pendule reste en équilibre. On obtient (après déroulement de la feuille) un axe tt'. Toute distance mesurée parallèlement à tt' sera proportionnelle au temps.



2e temps. Le pendule oscille, le cylindre est arrêté, on obtient un segment AA'. Toute distance x mesurée parallèlement à AA' sera proportionnelle à l'élongation angulaire θ (en fait si on appelle D la distance entre la pointe du stylet et l'axe $\overrightarrow{tt'}$, la distance $x = D \operatorname{tg}\theta$, θ étant faible $x \simeq D\theta$).

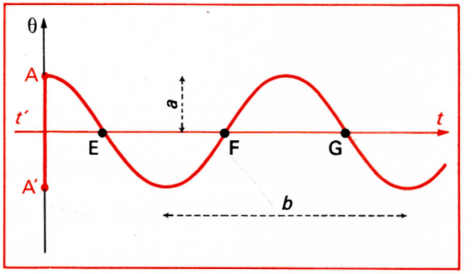
3e temps. Le pendule oscille, le cylindre tourne, on obtient une courbe qui représente les variations de l'élongation θ du pendule en fonction du temps.

● **Exploitation de la courbe tracée.**

— Le mouvement est périodique $EF = FG = \ldots = \frac{b}{2}$.

— Si on construit sur papier calque, point par point, la sinusoïde d'équation $y = a \sin \frac{2\pi x}{b}$, on peut la faire coïncider avec la courbe expérimentale.

Le mouvement est donc *sinusoïdal.*



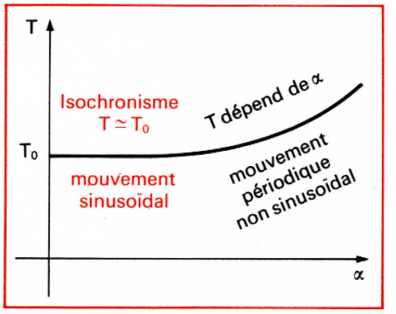
Remarques : la méthode n'a pas une précision suffisante pour mettre en évidence le fait que le mouvement n'est pas en toute rigueur sinusoïdal. L'amplitude *a* de la courbe est légèrement décroissante, (cela résulte des frottements), le mouvement est dit *amorti*, il n'est donc pas rigoureusement périodique, il est pseudo-périodique.

2 ***Isochronisme des petites oscillations.***

● Pour de faibles amplitudes, nous avons vu que le mouvement est sinusoïdal de période :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{Mga}}$$

Dans l'expression de cette période, l'amplitude n'intervient pas. La période étant indépendante de α, on dit qu'il y a *isochronisme.*



● Il est très facile de vérifier cet isochronisme.

Exemple : la durée de 50 oscillations d'amplitude 3°, est, aux erreurs de chronométrage près, égale à la durée de 50 oscillations d'amplitude 5°.

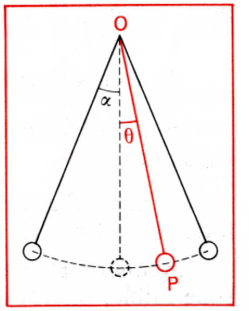
● Lorsque l'amplitude est moyenne (une fraction de radian), la période augmente avec α, on montre qu'alors :

$$T = T_0 \left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right) \quad \alpha \text{ en rd}$$

T_0 étant la période des petites oscillations.

Le pendule simple P. 22

1 | DÉFINITIONS



• C'est un pendule constitué par *un point matériel* rattaché à un point fixe par un fil de masse négligeable et inextensible.

• La distance OP = l est appelée la *longueur* du pendule simple.

• Lorsqu'on lâche sans vitesse le pendule écarté de sa position d'équilibre, il oscille et reste dans un plan appelé *plan de battement*.

• L'axe de rotation est la perpendiculaire au plan de battement passant par le point fixe O.

2 | ÉTUDE DU MOUVEMENT

❶ *Position d'équilibre :* le pendule est vertical, c'est un fil à plomb.

❷ *Cas général :* amplitude quelconque (voir P. 21, 2, ❷).

Le mouvement est périodique, non sinusoïdal.

❸ *Cas des petites amplitudes* (voir P. 21, 2 ❸).

Le mouvement dans ce cas est sinusoïdal de période.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{Mga}}$$

J est le moment d'inertie du point matériel de masse M par rapport à l'axe d'où $J = Ml^2$.

Le centre de gravité du pendule est confondu avec le point matériel P d'où $OP = a = l$.

La période devient

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Ml^2}{Mgl}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

3 VÉRIFICATIONS EXPÉRIMENTALES DES « LOIS DU PENDULE SIMPLE »

1 *Isochronisme des petites oscillations*

• Pour de faibles amplitudes, la période est indépendante de l'amplitude α : il y a isochronisme des petites oscillations. Il est très facile de vérifier cet isochronisme *Exemple :* la durée de 50 oscillations d'amplitude 3^0 est, aux erreurs de chronométrage près, égale à la durée de 50 oscillations d'amplitude 5^0.

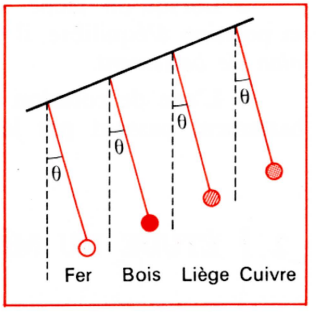
2 *Loi des substances et des masses.*

• La période d'un pendule simple est indépendante de sa masse et de sa substance.

• Soit plusieurs pendules de même longueur, faits de substances différentes.

Abandonnés simultanément d'une certaine amplitude faible, on constate que ces pendules s'accompagnent dans leurs mouvements.

Remarque : Cette vérification est grossière, les pendules s'amortissant différemment ne restent plus en concordance. Il faut en fait mesurer les périodes et montrer qu'elles sont égales aux erreurs expérimentales près.



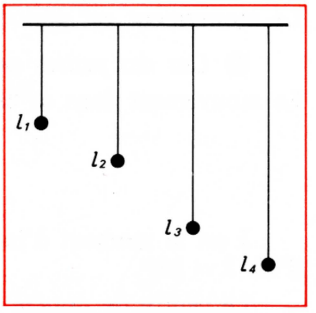
3 *Loi des longueurs.*

• En un lieu donné, la période est proportionnelle à la racine carrée de sa longueur.

• On fait osciller des pendules de longueur l_1, l_2, l_3, l_4, on mesure leur période T_1, T_2, T_3, T_4.

Aux erreurs expérimentales près, on constate que

$$\frac{T_1}{\sqrt{l_1}} = \frac{T_2}{\sqrt{l_2}} = \frac{T_3}{\sqrt{l_3}} = \frac{T_4}{\sqrt{l_4}}$$



4 *Loi du champ de pesanteur.*

• La période d'un pendule simple de longueur donnée est inversement proportionnelle à la racine carrée de l'accélération de la pesanteur g.

• La vérification directe est difficile, g variant faiblement d'un lieu à un autre.

La vérification indirecte est très précise : la valeur de g trouvée en admettant la loi du pendule simple concordent avec les valeurs de g trouvées par d'autres méthodes (chute libre). Cette concordance vérifiée au millionième près, constitue une vérification indirecte mais précise du principe fondamental de la dynamique.

Énergie potentielle P. 23

Considérons une horloge à poids dont le mouvement est entretenu par la chute, très lente, d'un lourd cylindre. En descendant le cylindre effectue un travail : il fait fonctionner le mécanisme de l'horloge.

Il ne s'agit pas d'une variation d'énergie cinétique (la chute se faisant pratiquement à vitesse constante).

Le travail qui apparaît ne dépend que du *changement de position* du cylindre par rapport à la Terre : on dit que le système Terre-cylindre possède « en réserve » de l'*énergie potentielle*.

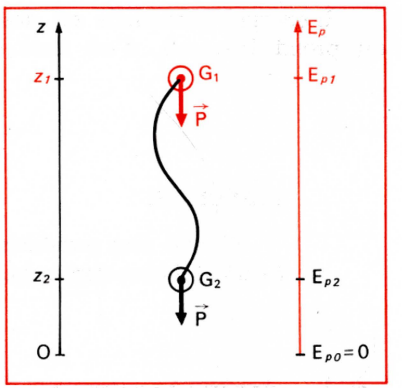
1 | DÉFINITION DE L'ÉNERGIE POTENTIELLE DE PESANTEUR

1 *Diminution d'énergie potentielle.*

Considérons un corps dont le centre de gravité G est à l'altitude z, comptée à partir d'un niveau de référence choisi arbitrairement.

Supposons que par un certain trajet, le corps passe de z_1 à $z_2 < z_1$. Au fur et à mesure de cette descente, l'énergie potentielle diminue de Ep_1 à Ep_2. Cette diminution d'énergie potentielle est représentée par le travail du poids pour passer de z_1 à z_2.

Nous savons que le travail du poids pour passer de l'altitude z_1 à l'altitude z_2 ne dépend pas du chemin suivi et est égal à $P(z_1 - z_2)$.



En résumé :

$$Ep_1 - Ep_2 = \overline{W_{\vec{p}}} = P(z_1 - z_2)$$

$\overline{W_p} > 0$ si $z_1 > z_2$

$\overline{W_p} < 0$ si $z_1 < z_2$

Remarques :

— $Ep_1 - Ep_2$ représente la *diminution algébrique* d'énergie potentielle, elle est positive si $z_1 > z_2$, négative si $z_1 < z_2$;

— la variation d'énergie potentielle est $Ep_2 - Ep_1$;

— la démonstration suppose que nous restons dans un domaine où le champ de pesanteur est pratiquement uniforme.

— le système constitué par la Terre et le corps constitue un système déformable. La déformation *spontanée* se traduit par la chute du corps et libère de l'énergie : E*p* diminue. Pour faire la transformation inverse d'une transformation spontanée, il faut fournir *au minimum* un travail égal à l'augmentation d'énergie potentielle;

— l'énergie mise en réserve peut être très importante (lacs de retenue, barrages...).

2 ***Expression de l'énergie potentielle.***

Au cours d'une déformation, nous l'avons vu :

$$Ep_1 - Ep_2 = P(z_1 - z_2) = Mg(z_1 - z_2)$$

Ce qui peut s'écrire

$$Ep_1 - Mg\,z_1 = Ep_2 - Mg\,z_2$$

La différence $Ep - Mg\,z$ reste constante. Pour évaluer cette constante, il suffit de faire $z = 0$, dans ce cas l'énergie potentielle est Ep_0. D'où

$$\boxed{Ep = Mg\,z + Ep_0}$$

L'énergie potentielle est donc définie à une constante Ep_0 près. En général, on prend $Ep_0 = 0$, d'où avec cette convention

$$\boxed{Ep = Mg\,z}$$

REMARQUE

Comme nous prendrons toujours $z = 0$ pour le point le plus bas du déplacement à étudier, E*p* sera alors toujours positif, nous n'utiliserons pas la notation $\overline{Ep}$.

2 | GÉNÉRALISATION

● Le système corps-Terre est un système déformable, au cours des déformations, le travail du poids, qui est une force *intérieure* au système, ne dépend pas du chemin suivi mais que des positions initiale et finale.

● Plus généralement, un système *déformable* possède de l'énergie potentielle si au cours des déformations le travail $\overline{Wi}$ des forces intérieures ne dépend que de l'état initial et de l'état final. Dans ce cas la *diminution algébrique d'énergie potentielle* est égale à :

$$\boxed{Ep_1 - Ep_2 = \overline{Wi}}$$

• Ainsi au cours des déformations d'un ressort, le travail $\overline{Wi}$, quand l'allongement passe de x_1 à x_2, est $\overline{Wi} = 1/2\, kx_1^2 - 1/2 kx_2^2$ (P. 15, 2, ❷), on en déduit :

$Ep_1 - Ep_2 = 1/2\, kx_1^2 - 1/2\, kx_2^2$ d'où $\boxed{Ep = 1/2\, kx^2}$ en convenant que $Ep = 0$ pour $x = 0$.

• De même, au cours des déformations d'un fil de torsion, $\overline{Wi}$ ne dépend que de l'angle de torsion θ, on en déduit $\boxed{Ep = \frac{1}{2} C\theta^2}$ (C constante de torsion du fil).

• Par contre, pour les forces de frottement, il n'existe pas de fonction potentielle, car le travail des forces de frottement dépend du chemin suivi (en particulier les forces de frottement dépendent de la vitesse).

Énergie mécanique P. 24

1 | DÉFINITION

On appelle énergie mécanique totale d'un système à un instant donné, la somme de son énergie potentielle et de son énergie cinétique

$$E = Ec + Ep$$

• Si le système n'est pas déformable (solide), le travail des forces intérieures est nul, il n'y a pas d'énergie potentielle, l'énergie mécanique totale est uniquement sous forme cinétique.

• Si le système est déformable, il y a deux possibilités :

— ou le travail des forces intérieures dépend du chemin suivi pour faire la déformation, dans ce cas on ne peut définir de fonction Ep;

— ou le travail des forces intérieures ne dépend pas du chemin suivi (cela exclut tout frottement et tout échauffement possible) dans ce cas on peut définir la fonction Ep à une constante près. Nous nous placerons par la suite dans ce cas et nous dirons alors que le système est en *transformation purement mécanique*.

• Ep étant défini de façon absolue avec une convention, E est déterminée avec la même convention.

2 | CONSERVATION DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE

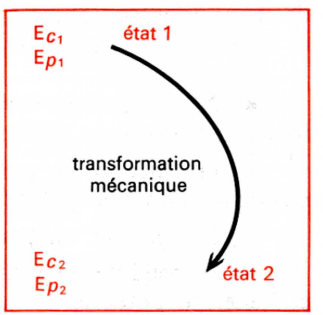
• Pour un système déformable en transformation mécanique, au cours d'une certaine déformation, la *diminution* d'énergie potentielle est égale au travail des forces intérieures $\overline{Wi}$.

$$Ep_1 - Ep_2 = \overline{Wi}$$

• Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre l'état 1 et l'état 2, la *variation* d'énergie cinétique est égale à

$Ec_2 - Ec_1 = \overline{We} + \overline{Wi}$ en désignant par $\overline{We}$ le travail des forces extérieures appliquées au système.

• Si le système est mécaniquement isolé (aucune force extérieure n'agit sur lui) $\overline{We} = 0$.



• En résumé : pour un système en transformation mécanique et isolé

$$Ep_1 - Ep_2 = \overline{Wi}$$

$$Ec_2 - Ec_1 = \overline{Wi} \qquad (\text{car } We = 0)$$

d'où

$$\boxed{Ep_1 - Ep_2 = Ec_2 - Ec_1} \qquad (1)$$

On en conclut donc que la diminution d'énergie potentielle est égale à la variation d'énergie cinétique. Les seules transformations d'énergie qui se passent dans un système isolé en transformation mécanique sont donc des transformations.

Énergie potentielle $\rightleftarrows$ énergie cinétique

La relation (1) peut s'écrire $\boxed{Ep_1 + Ec_1 = Ep_2 + Ec_2}$, ce qui traduit que l'énergie mécanique totale dans l'état 1 est égale à l'énergie mécanique totale dans l'état 2, autrement dit :

l'énergie mécanique totale d'un système isolé en transformation mécanique est constante.

REMARQUES

La conservation de l'énergie mécanique sous-entend que les forces de frottement soient négligeables. En fait au cours des transformations, il apparaît de l'énergie calorifique et l'énergie mécanique diminue peu à peu jusqu'à un état d'équilibre (donc $Ec = 0$) stable (donc Ep est minimal).

3 | EXEMPLES

• Une balle élastique et la Terre forme un système déformable, isolé, en transformation mécanique si on néglige tout frottement : lorsque la balle descend, son énergie potentielle se transforme peu à peu en énergie cinétique. Dans le choc sur le sol, la balle se déforme momentanément : l'énergie cinétique se transforme alors en énergie potentielle élastique. La balle reprend ensuite sa forme première : l'énergie potentielle élastique se retransforme en énergie cinétique. La balle remonte alors, dans la remontée l'énergie cinétique se transforme peu à peu en énergie potentielle et ce jusqu'à un point tel que $Ec = 0$.

• De même, il est facile de vérifier expérimentalement que l'énergie mécanique totale des systèmes suivants est pratiquement constante :

— la Terre et un pendule élastique (il y a alors des échanges entre l'énergie cinétique, l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie potentielle élastique);

— la Terre et un pendule pesant;

— le pendule de torsion (il y a alors des échanges entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de torsion).

Isomorphisme entre certaines formules de dynamique.
Dans ce tableau on se limitera aux SOLIDES : systèmes indéformables.

Remarques : pour les solides, la somme des forces intérieures $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$; la somme des travaux des forces intérieures est nulle $\overline{Wi} = 0$, on ne peut donc définir de fonction énergie potentielle, l'énergie mécanique E se confond avec Ec.

	A) le solide est en translation, ou en mouvement complexe, ou a des dimensions négligeables : on étudiera le mouvement de son centre de gravité G.	B) le solide est en rotation (autour d'un axe fixe). *Remarque :* on peut se borner à l'étude du mouvement de G avec les théorèmes du A. Ex. : satellite, voiture en virage.
Notations $\vec{v}$ vitesse de G $\vec{\gamma}$ accélération de G		
Propriétés des points matériels : →	Si le solide est en translation, tous les points ont même mouvement que G, en particulier ont même $\vec{v}$, même $\vec{\gamma}$ que G.	Tous les points ont même $\overline{\omega}$, même $\overline{\mathscr{A}}$.
Causes du mouvement →	On translate en G toutes les forces extérieures appliquées au solide : les forces s'ajoutent vectoriellement $\Rightarrow \Sigma\vec{F}$ en Newton.	Chaque force appliquée est caractérisée par son moment $\mathscr{M} = F \cdot r$, on ne doit pas translater les forces, ce qui changerait r. Les moments s'ajoutent algébriquement $\Rightarrow \Sigma\overline{\mathscr{M}}$ en $m \cdot N$
Inertie →	L'inertie de G est égale à la masse M du solide supposée concentrée en G.	On définit le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation $J = \Sigma \Delta m r^2$
Relation fondamentale →	$\Sigma\vec{F} = M\vec{\gamma}$ (repère lié à la terre). Pour un repère lié à G, il y a équilibre relatif de G : $\Sigma\vec{F} + \vec{I} = \vec{0}$ $\vec{I}$ force d'inertie $= -M\vec{\gamma}$	$\Sigma\overline{\mathscr{M}} = J\overline{\mathscr{A}}$ *Danger :* ne pas confondre moment de force et moment d'inertie.
M[t] uniforme →	Si $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ G est en m^t rectiligne uniforme ou au repos.	Si $\Sigma\overline{\mathscr{M}} = 0$, le solide est en rotation uniforme ou au repos.
M[t] unif[t] accéléré →	G étant en mouvement rectiligne : si $\Sigma\vec{F} = cte$ $\vec{\gamma} = cte$.	Si $\Sigma\overline{\mathscr{M}} = cte$ $\overline{\mathscr{A}} = cte$
M[t] sinusoïdal →	G étant en mouvement rectiligne repéré par son abscisse x à partir de la position d'équilibre stable, si $\Sigma\overline{F} = -Kx$, le m[t] est sinusoïdal de période $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$ $K > 0$	Le solide étant repéré à partir de la position d'équilibre stable par l'élongation angulaire θ, si $\Sigma\overline{\mathscr{M}} = -C\theta$, le mouvement est sinusoïdal de période $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$ $C > 0$
Quantité de mouvement $\vec{\rho}$ Moment cinétique $\overline{\sigma}$ →	Pendant Δt, le solide reçoit l'impulsion $\Sigma\vec{F}\Delta t$. Sa quantité de mouvement est $\vec{\rho} = M\vec{v}$; si $\Sigma\vec{F}\Delta t = \vec{0}$ $\vec{\rho} = M\vec{v}$ se conserve, sinon $\Sigma\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{\rho} = \Delta M\vec{v}$	Pendant Δt le moment de l'impulsion est $\overline{\mathscr{M}}\Delta t$. Le moment cinétique est $\overline{\sigma} = J\overline{\omega}$ si $\Sigma\overline{\mathscr{M}}\Delta t = 0$ $\overline{\sigma} = J\overline{\omega}$ se conserve sinon $\Sigma\overline{\mathscr{M}}\Delta t = \Delta\overline{\sigma} = \Delta J\overline{\omega}$

Théorème de l'énergie cinétique $Ec_2 - Ec_1 = \Sigma\ \overline{W}$ → travaux des forces extérieures

	Calcul de Ec	Calcul de $\overline{W}$
Solide en translation ou point matériel →	$Ec = \frac{1}{2} M v^2$	On peut ramener chaque $\vec{F}$ en G qui se déplace de $\vec{x}$ ou à vitesse $\vec{v}$ $\overline{W} = \vec{F} \cdot \vec{x}$ ou $\overline{\mathscr{P}} = \vec{F} \cdot \vec{v}$
Solide en rotation →	$Ec = \frac{1}{2} J\omega^2$	$\overline{\mathscr{M}}$ tournant de θ ou à vitesse $\overline{\omega}$ $\overline{W} = \overline{\mathscr{M}} \cdot \theta$ ou $\overline{\mathscr{P}} = \overline{\mathscr{M}} \cdot \overline{\omega}$
Solide en mouvement complexe →	$Ec = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} J\omega^2$ (voir P. 16, 3)	Il faut calculer le travail de chaque force sans changer leur point d'application.

notations :
$\overline{We}$ travail des forces extérieures
$\overline{Wi}$ travail des forces intérieures

Propriétés des Systèmes déformables

Forces intérieures $\vec{Fi}$ →

$-\Sigma\vec{Fi} = \vec{0}$ (comme pour les solides) d'après le principe de l'action et de la réaction.

— Dans le cas général le travail des forces intérieures $\overline{Wi}$ n'est pas nul.

Cas important : pour 1 système constitué de parties indéformables liées par des ficelles inextensibles passant sur des poulies $\overline{Wi} = 0$. Ex. : « machine d'Atwood ».

Énergie potentielle Ep →

Si $\overline{Wi}$ est indépendant du chemin suivi lors d'une déformation, le système est dit en *transformation mécanique*, on définit la fonction potentielle Ep par $Ep_1 - Ep_2 = \overline{Wi}$ (cela exclut tout frottement).

Exemples $\quad Ep = \frac{1}{2}kx^2 \qquad Ep = mgz \qquad Ep = \frac{1}{2}C\theta^2$

Énergie mécanique E →

$$E = Ep + Ec$$

Si le système est en transformation mécanique et isolé

$$(\overline{We} = 0) \Rightarrow E = \text{constante}.$$

Théorème du centre de gravité →

Le centre de gravité se comporte comme un point matériel ayant pour masse la masse totale du système, et soumis à toutes les forces extérieures ramenées en G.

On pourra appliquer $\Sigma\vec{F} = M\vec{\gamma}$. Ex. cycliste en virage, chat qui tombe, obus qui explose en l'air. N'oublions pas que nous n'étudions pas les déformations du système autour de G.

Théorème de l'énergie cinétique →

$$Ec_2 - Ec_1 = \overline{We} + \overline{Wi}$$

Dans le cas général, les calculs de Ec et de $\overline{Wi}$ peuvent être difficiles.

Cas important. Pour les systèmes, type « Machine d'Atwood », nous avons vu que $\overline{Wi} = 0$, d'autre part $Ec = \Sigma\frac{1}{2}Mv^2 + \Sigma\frac{1}{2}J\omega^2$, le calcul est donc facile.

Remarque : pour les systèmes en transformation mécanique $\overline{Wi} = Ep_1 - Ep_2$, et le théorème de l'énergie cinétique devient $(Ec_2 + Ep_2) - (Ec_1 + Ep_1) = \overline{We}$ d'où $\Delta E = \overline{We}$.

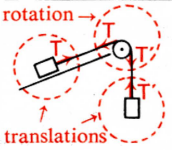
Quantité de mouvement →

$\vec{p} = \Sigma m\vec{v}$ de tous les points matériels si $\Sigma\vec{F}.\Delta t = \vec{0}$ $\vec{p}$ se conserve.
Exemples : fusée dans une région sans pesanteur, choc (voir P. 17, 3).

Moment cinétique →

$\vec{\sigma} = J\vec{\omega}$, J variant au cours de la déformation.
Si $\Sigma\vec{\mathcal{M}}.\Delta t = 0$, $\vec{\sigma}$ se conserve.
Exemple : patineuse sur glace (voir aussi P. 18, 2).

Méthode particulière aux systèmes du type « Machine d'Atwood » →



On découpe le système en parties en rotation et en parties en translation. Pour ces parties, les tensions deviennent des forces extérieures appliquées, les tensions interviennent donc dans les relations

$$\Sigma\vec{F} = M\vec{\gamma} \quad \text{et} \quad \Sigma\vec{\mathcal{M}} = J\vec{\mathscr{A}}$$

En éliminant les tensions entre ces relations, on en déduit l'accélération du système.

Remarques →

1) Le dernier procédé de calcul marche aussi si l'un des fils est remplacé par un ressort. On trouvera une autre relation en reliant la tension à l'allongement (voir P. 9, 2).
2) S'il apparaît des frottements, on pourra appliquer le principe de l'état initial et final (P. 25, 2).

Principe de l'état initial et final P. 25

1 | RAPPELS

• La température repère le niveau thermique d'un milieu.

Si deux corps en contact ont des températures différentes, le plus chaud, fournit de la chaleur, lorsque les températures sont égales, le système est dit, en équilibre thermique. La chaleur est donc une grandeur qui s'échange. On peut la mesurer en *calories*.

• Lorsqu'un corps reçoit de la chaleur, on peut observer différents effets, en particulier :

— Une *élévation de la température* généralement accompagnée d'une dilatation. Soit Q la quantité de chaleur reçue par une substance homogène de chaleur massique c, de masse $m \cdot \theta_i$ et θ_f les températures initiales et finales.

$$Q = mc(\theta_f - \theta_i)$$

cal g cal/g/°C °C

Plus généralement, si M est la capacité thermique d'un système (ou valeur en eau).

$$Q = M(\theta_f - \theta_i)$$

cal cal/°C °C

REMARQUE :

Pour l'eau, $c = 1$ cal/g/°C; cette donnée n'est valable en toute rigueur qu'au voisinage de 15 °C.

— Un *changement d'état* physique (fusion, vaporisation). Dans le cas d'un corps pur, le système est chauffé sans que sa température augmente. Soit m la masse de substance transformée, L la chaleur latente (de fusion, de vaporisation).

$$Q = mL$$

cal g cal/g

• La température d'un corps est liée à l'agitation des particules (molécules, atomes, ions) qui le constituent. Ainsi, les molécules d'un gaz parfait ont une énergie cinétique moyenne proportionnelle à sa température absolue.

Lorsqu'un corps fournit de la chaleur à un système, au niveau de la surface de séparation, ses particules, au cours de multiples chocs sur les particules du système, fournissent de l'énergie mécanique au système. C'est dire que l'énergie cinétique des particules du système, et l'énergie potentielle due aux interactions entre particules, ont augmenté.

> ***Exemple :*** Au cours d'une vaporisation, les particules s'éloignent les unes des autres, les forces d'attraction effectuent des travaux résistants représentant l'accroissement d'énergie potentielle.

En définitive, l'accroissement de l'énergie mécanique du système représente la quantité de chaleur qu'il a reçue.

Conclusion : La chaleur est l'énergie mécanique mise en jeu dans les mouvements désordonnés des particules d'un système (voir remarque du 3, ❹).

Conséquence : Dans le système SI, la chaleur est mesurée en joules puisque c'est l'unité d'énergie mécanique. Nous verrons que :

$$1 \text{ cal} = 4{,}19 \text{ J}$$

Il s'en suit que : la formule $Q = mc(\theta_f - \theta_i)$ peut s'utiliser en unités SI avec Q en joules; m en kg; la chaleur massique c en J/kg/ °C; la formule $Q = mL$ s'utilise en unités SI avec L en J/kg.

2 | PRINCIPE DE L'ÉTAT INITIAL ET DE L'ÉTAT FINAL

● Considérons un système, soumis à des forces extérieures, en contact avec d'autres corps, qui subit différentes modifications (déplacement, déformation, variation de température, etc.), nous dirons que ce système subit une *transformation*, T, qui l'amène d'un premier état (noté E1) à un deuxième état E2.

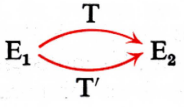
On symbolise ceci de cette façon : $E_1 \xrightarrow{T} E_2$.

● Le travail total effectué par les forces extérieures sera nommé $\overline{W}$ avec les conventions suivantes $\overline{W} > 0$ signifie que le travail est *reçu* par le système;
$\overline{W} < 0$ signifie que le travail est fourni par le système.

De même le système échange avec l'extérieur une quantité de chaleur $\overline{Q}$, que nous mesurons, sauf précision contraire, en joules

$\overline{Q} > 0$ signifie que la chaleur est *reçue* par le système;
$\overline{Q} < 0$ signifie que la chaleur est cédée par le système.

● Il existe en général plusieurs transformations susceptibles d'amener le système de l'état E1 à l'état E2 :



L'expérience a toujours confirmé le résultat remarquablement simple qui suit : quelle que soit la transformation, la somme $\overline{W} + \overline{Q}$ reste la même.

● ***Énoncé :*** Lorsqu'un système n'échange avec l'extérieur que du travail et de la chaleur, la somme algébrique des quantités de chaleur et des travaux qu'il échange, mesurés en joules, ne dépend que de son état initial et de son état final.

En résumé : $E_1 \xrightarrow[\overline{W'} + \overline{Q'}]{\overline{W} + \overline{Q}} E_2 \implies \boxed{\overline{W} + \overline{Q} = \overline{W'} + \overline{Q'}}$

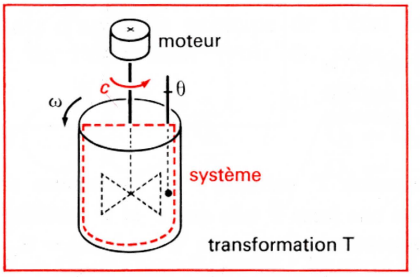
3 | EXEMPLES

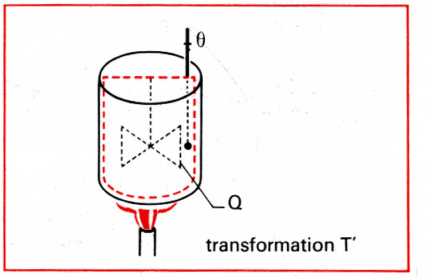
1 *Valeur de la calorie en joules.*

● Un moteur actionne des palettes qui brassent l'eau contenue dans un calorimètre. Par suite des frottements, la température s'élève de θ_1 à θ_2. Au cours de cette transformation T, le système a reçu le travail. :

$\overline{W} = \mathcal{M}\omega t$ (1) (P. 15, 4). $\mathcal{M}$ est le moment du couple moteur C, ω la vitesse de rotation, uniforme, t la durée de la rotation.

Il n'a pas reçu de chaleur de l'extérieur : les parois du calorimètre s'opposent à tout échange de chaleur.





● Une deuxième transformation, T′, permet de produire le même accroissement de température, sans travail. Il suffit de chauffer. Pratiquement, on se contente de calculer la quantité de chaleur nécessaire : $\overline{Q}_c = M(\theta_2 - \theta_1)$ (2). M est la capacité thermique du système en cal/°C.

● Appliquons le principe de l'état initial et de l'état final :

$$E_1(\theta_1) \xrightarrow[T' : 0 + \overline{Q}]{T : \overline{W} + 0} E_2(\theta_2) \implies \overline{W} = \overline{Q} \ (3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ici } \overline{W} > 0 \\ \overline{Q} > 0 \end{array} \right.$$

Les relations (1) et (3) nous donnent $\overline{Q}$ en joules, la relation (2) nous donne $\overline{Q_c}$ en calories. Il s'agit de la même quantité de chaleur mesurée avec des unités différentes, donc : $Q_c \cdot \text{cal} = Q \cdot \text{J} \implies 1 \text{ cal} = \dfrac{Q}{Q_c} \cdot \text{J} = 4{,}19 \text{ J}$.

Quelles que soient les conditions de l'expérience, on trouve toujours la même valeur : 4,19 J/cal pour le rapport $\frac{Q}{Q_c}$, c'est une confirmation indirecte du principe.

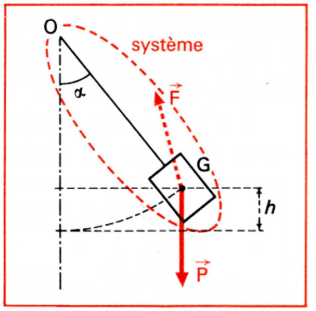
❷ Un *moteur thermique* (machine à vapeur, moteur à explosion) a un fonctionnement périodique, au bout d'une période (un ou deux tours de l'arbre moteur) il reprend le même état, E, soit $\overline{W}$ et $\overline{Q}$ le travail et la quantité de chaleur échangés au cours de la transformation, T, qu'il a subit. On peut imaginer une autre transformation, T′, qui le ramène au même état : celle au cours de laquelle il ne se passe rien, alors $W' = 0$ et $Q' = 0$. Appliquons le principe :

$$\overline{W}' + \overline{Q}' \quad (T' \; E \; T) \quad \overline{W} + \overline{Q} \Longrightarrow \overline{W} + \overline{Q} = 0 \Longrightarrow \boxed{\overline{Q} = -\overline{W}}$$

Pour les moteurs $\overline{Q} > 0$ $\overline{W}$ est donc négatif : le moteur reçoit de la chaleur et fournit du travail.

❸ ***Frottements au cours d'un mouvement.***

Un pendule pesant est abandonné sans vitesse, au terme de plusieurs oscillations; son amplitude est nulle, en raison de l'amortissement. Quelle est la quantité de chaleur dissipée Q, lorsque le pendule a repris la température ambiante?



Considérons deux transformations T et T′ faisant passer le système de l'état E_1 (altitude *h*, vitesse nulle, température θ °C) à l'état final E_2 (altitude nulle, vitesse nulle, température θ °C) :

— d'une part la transformation observée T, le travail reçu par le système est $\overline{W} = Ph$, le système perd la quantité de chaleur Q que l'on cherche, c'est-à-dire reçoit $\overline{Q} = -Q$.

— d'autre part, imaginons la transformation T′ suivante : les frottements sont supprimés ($Q' = 0$), on exerce sur le pendule une force $\vec{F}$ telle que $\vec{F}$ et $\vec{P}$ amènent le pendule à sa position d'équilibre et l'y immobilisent; par suite $\overline{W}' = \Delta(E_c) = 0$.

On passe donc de E_1 à E_2, soit par T ou T′ d'où $\overline{W} + \overline{Q} = \overline{W}' + \overline{Q}' = 0$ $\overline{Q} = -\overline{W}$, comme $\overline{W} = W$ et $\overline{Q} = -Q \Longrightarrow Q = W$: la chaleur cédée est donc égale au travail du poids, ce résultat paraît évident et est souvent écrit d'emblée par les élèves.

❹ ***Remarques :*** Le mouvement d'ensemble des particules d'un système (on néglige alors l'agitation thermique) et la position de ce système définissent son énergie mécanique *macroscopique* (étudiée dans les chapitres précédents).

A ce mouvement d'ensemble s'ajoutent en fait les mouvements incohérents des particules (agitation thermique) qui définissent l'énergie mécanique *microscopique*.

Le principe de la conservation de l'énergie mécanique (P24) ne tient pas compte de cette énergie mécanique microscopique, c'est pourquoi il ne s'applique que lorsqu'elle est constante (pas d'échange de chaleurs, pas de frottements).

Le principe de l'état initial et de l'état final est une extension du principe de la conservation de l'énergie aux phénomènes mécaniques et thermiques.

Théorème de Carnot P. 26

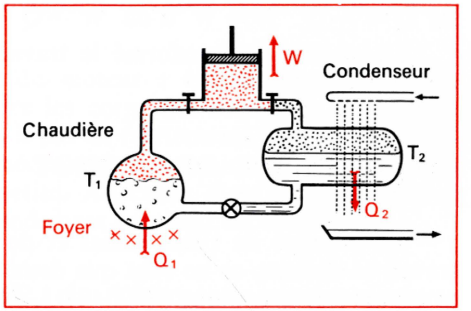
1 | EXEMPLES DE MACHINES THERMIQUES

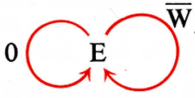
(pour W et Q voir les conventions de P. 25, 2).

❶ Une *machine thermique* est un système qui après avoir échangé de la chaleur et du travail avec l'extérieur, revient à son état initial. Cette transformation, appelée *cycle*, peut éventuellement se renouveler. Voici quelques exemples :

❷ Les *moteurs thermiques* (P25.3), nous avons déjà cité la machine à vapeur et le moteur à explosion.

Voici un schéma très simplifié de machine à vapeur à piston. Au cours d'un aller et retour du piston, l'eau a reçu dans la chaudière la quantité de chaleur Q_1, elle a perdu dans le condenseur la quantité de chaleur Q_2. La vapeur a fourni un travail, W par son action sur le piston. Le système est revenu au même état, d'après le principe de l'état initial et de l'état final (voir ❷, page 116) :





ici $\overline{W} = -W$; $\overline{Q_1} = Q_1$; $\overline{Q_2} = -Q_2$

d'où

$$\overline{W} + \overline{Q_1} + \overline{Q_2} = 0 \implies \overline{W} = -(\overline{Q_1} + \overline{Q_2}) \text{ ici } \boxed{W = Q_1 - Q_2}$$

(valeurs arithmétiques)

● **Conclusion.**

La machine a emprunté la quantité de chaleur Q_1, à une *source chaude* : le foyer (qui est à quelques centaines de degrés Celsius), elle a restitué Q_2 à une source froide : l'eau de refroidissement du condenseur (qui est à quelques dizaines de degrés Celsius). La quantité de chaleur reçue en définitive $(Q_1 - Q_2)$ a été transformée en travail W.

Le rendement du moteur est le quotient du travail qu'il fournit par la quantité de chaleur Q_1 qu'il faut lui fournir, la quantité de chaleur Q_2 est inutilisable.

rendement d'un moteur thermique

$$\boxed{R = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}} \quad (1)$$

(relations entre valeurs arithmétiques)

❸ *Machine frigorifique.*

Un réfrigérateur emprunte une quantité de chaleur Q_2 aux objets qu'il refroidit (source froide), il restitue une quantité de chaleur Q_1 à l'extérieur, (source chaude), un groupe moteur-pompe lui fournit un travail W.

Là encore : $\overline{W} + \overline{Q_1} + \overline{Q_2} = O$, d'après le principe de l'état initial et de l'état final, avec $\overline{W} = W$, $\overline{Q_1} = -Q_1$, $\overline{Q_2} = Q_2$, $W - Q_1 + Q_2 = O \implies Q_1 - Q_2 = W$.

La machine transforme le travail en chaleur. Les dispositifs de chauffage appelés thermo-pompe fonctionnent suivant ce principe.

❹ *Système à une source de chaleur.*

C'est le cas d'un mécanisme qui fonctionne à la température ambiante, l'atmosphère joue le rôle de source de chaleur unique. Considérons le mécanisme d'une pendule; pendant que les pignons effectuent un ou plusieurs tours, le ressort fournit un travail W, il y a dissipation d'une quantité de chaleur Q. Là encore $\overline{W} + \overline{Q} = O$ ici $\overline{Q} = -Q$ $\overline{W} = W$ d'où $W - Q = O \implies W = Q$.

Le système a transformé le travail en chaleur.

2 | PRINCIPE DE CARNOT

Le principe de l'état initial et de l'état final ne fait aucune différence entre travail et chaleur, ce ne sont que deux aspects de l'énergie : aspect macroscopique et aspect microscopique (P. 25, 3). L'examen des exemples précédents appelle trois remarques :

• Les machines à deux sources de chaleur peuvent fournir du travail (moteur) ou de la chaleur (machine frigorifique, thermopompe). Lorsqu'il n'y a qu'une source de chaleur, l'expérience montre que la machine ne peut pas fournir de travail. Ce qui faisait dire à un humoriste que l'on ne peut espérer remonter une montre en la chauffant.

• Considérons les machines à deux sources. Un moteur fourni un travail W inférieur à la quantité de chaleur Q_1 que doit lui fournir la source chaude, le rendement est inférieur à 1 (voir 1, ❷). Une thermopompe fournit une quantité de chaleur Q_1, à la source chaude, supérieure au travail W qu'elle reçoit ($Q_1 = W + Q_2$). Le rendement est supérieur à 1 (voir définition du rendement d'une thermopompe, 4, ❸).

La chaleur est donc une forme d'énergie moins facile à transformer que le travail : c'est une forme d'énergie *dégradée*. Cette dévalorisation de la chaleur par rapport au travail, tient au fait que la chaleur est liée à des mouvements incohérents, désordonnés, alors qu'un travail est lié à des mouvements d'ensemble cohérents, ordonnés des particules d'un système (mouvement d'un piston par exemple).

Nous ne faisons en somme que constater qu'il est plus facile de passer de l'ordre au désordre que d'obtenir la transformation inverse.

• Un moteur emprunte de la chaleur à la source *chaude*, c'est-à-dire celle qui est à la température la plus élevée, utilisant cette tendance naturelle qu'a la chaleur, d'aller des corps chauds aux corps froids.

Conclusion : Une machine thermique ne peut, au cours d'un cycle, fournir de travail que si elle emprunte de la chaleur à une source chaude et si elle en restitue une partie à une source froide.

3 | THÉORÈME DE CARNOT

D'après le principe de Carnot, un moteur thermique fonctionne en échangeant de la chaleur avec une source chaude (température : T_1 °K) et une source froide (température $T_2 < T_1$). C'est ce que l'on a vu avec la machine à vapeur.

L'expérience montre que le rendement dépend de deux types de facteurs :

❶ Des conditions de fonctionnement du moteur : vitesse, importance des frottements, différences de températures entre les corps qui échangent de la chaleur. Le rendement est *maximal* lorsqu'il n'y a pas de frottements, lorsque les différentes parties du système sont en *équilibre* mécanique et thermique, ce qui suppose une vitesse de fonctionnement infiniment petite. Au cours d'un cycle le moteur passe par une suite d'états d'équilibre. Le rendement maximal est théorique.

❷ Des températures des sources T_1 et T_2, plus l'écart entre ces températures est important meilleur est le rendement. On déduit du principe de Carnot le théorème suivant, que nous admettrons sans démonstration.

Théorème de Carnot : Le rendement maximal d'un moteur thermique ne dépend que des températures des deux sources :

$$R_m = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad {}^{o}K$$

EXTENSION.

Pour un moteur le rendement $R = \frac{W}{Q_1}$ s'écrit en mesures algébriques $R = -\frac{\overline{W}}{\overline{Q_1}}$. Comme $\overline{W} + \overline{Q_1} + \overline{Q_2} = 0$

$$\Rightarrow \quad R = 1 + \frac{\overline{Q_2}}{\overline{Q_1}}.$$ Dans les conditions optimales $R = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

d'où $\boxed{\frac{\overline{Q_1}}{T_1} + \frac{\overline{Q_2}}{T_2} = 0}$, cette relation est valable pour toute machine thermique.

4 | CONSÉQUENCES ET APPLICATION

❶ *Moteur thermique.*

Les températures absolues sont supérieures à zéro, donc le rendement est inférieur à l'unité. Le rendement réel est inférieur au rendement maximal, théorique. Mais l'amélioration du second entraîne celle du premier. Elle s'obtient pour une machine à vapeur, en surchauffant la vapeur (T_1 est accrue), en utilisant un condenseur (T_2 est diminuée). Le rendement réel obtenu est de l'ordre de 0,2.

Remarque : L'échappement à l'air libre équivaut à l'usage d'un condenseur à 100 °C ($p_{max} = 1\ at$).

❷ *Machine frigorifique.*

Ce qui est intéressant pour une telle machine, c'est la quantité de chaleur Q_2 qu'elle prélève à la source froide.

On définit le rendement par $R = \dfrac{\overline{Q_2}}{\overline{W}}$ (ici $\overline{Q_2} > 0$, $\overline{W}$ qui est le travail reçu du groupe moteur-pompe est aussi positif).

Comme $\overline{W} + \overline{Q_1} + \overline{Q_2} = 0$ $\quad R = \dfrac{\overline{Q_2}}{-\overline{Q_1} - \overline{Q_2}}$.

D'après $\dfrac{\overline{q_1}}{T_1} + \dfrac{\overline{q_2}}{T_2} = 0$, vérifier qu'on arrive à $R = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$.

On voit que le rendement tend vers zéro lorsque T_2 tend vers zéro, ce qui explique l'impossibilité d'atteindre le zéro absolu.

❸ *Thermopompe.*

Ce qui est intéressant pour une telle machine c'est la quantité de chaleur Q_1 qu'elle cède à la source chaude $R = -\dfrac{\overline{Q_1}}{\overline{W}}$ (avec $\overline{Q_1} < 0$ et $\overline{W} > 0$).

Étude expérimentale d'un mouvement vibratoire P. 27

1 | PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES

Un phénomène est dit *périodique* lorsqu'il se reproduit identique à lui-même au bout d'un intervalle de temps constant T. T s'appelle la période.

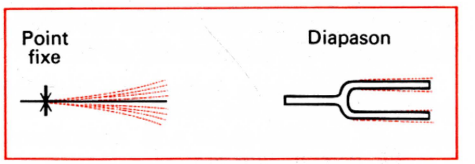
On appelle fréquence le nombre de périodes par seconde. $N = \frac{1}{T}$ (N en hertz).

2 | AMORTISSEMENT ET ENTRETIEN D'UN MOUVEMENT VIBRATOIRE

● Nous connaissons déjà des mouvements périodiques : oscillations d'un pendule de pesanteur, d'un pendule élastique, d'un pendule de torsion...

De même une lame d'acier, primitivement écartée de sa position d'équilibre, vibre.

Nous utiliserons souvent un diapason, formé de deux tiges soudées à une extrémité et libres à l'autre extrémité.



● Pour que l'énergie mécanique d'un système en vibration se conserve, il faut (voir P. 24) que le système soit en transformation mécanique et isolé : ces conditions sont théoriquement satisfaites dans les exemples précédents. En réalité l'énergie mécanique se dissipe peu à peu : une partie se transforme en chaleur par l'intermédiaire des frottements, une autre partie est communiquée à l'air qui se met à vibrer lui aussi.

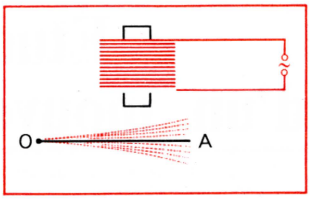
Il en résulte que l'amplitude du mouvement diminue progressivement pour s'annuler : on dit que le mouvement vibratoire *s'amortit*.

● Il est possible d'*entretenir* la vibration; pour cela il faut, grâce à une source d'énergie extérieure, compenser la perte d'énergie mécanique qui se fait à chaque oscillation.

Les procédés sont variés :

1er *exemple :* Dans une horloge l'énergie extérieure, nécessaire pour garder au balancier une amplitude constante, est fournie par la chute d'un poids.

2e *exemple :* Une lame vibrante OA est attirée périodiquement par un électro-aimant alimenté par un courant alternatif. Son amplitude est constante.

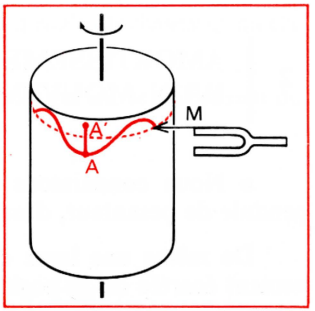


3 | ENREGISTREMENTS

Les procédés sont très variés; étudions trois appareils.

❶ *Cylindre tournant.*

On enregistre le mouvement de l'extrémité d'un diapason sur un cylindre tournant à vitesse constante.



1er *temps :* le diapason vibre seul (on obtient un segment AA'), le déplacement vertical est proportionnel à l'élongation de M (il y a amplification des oscillations par l'aiguille).

2e *temps :* le cylindre tourne seul, il y a un déplacement horizontal proportionnel au temps.

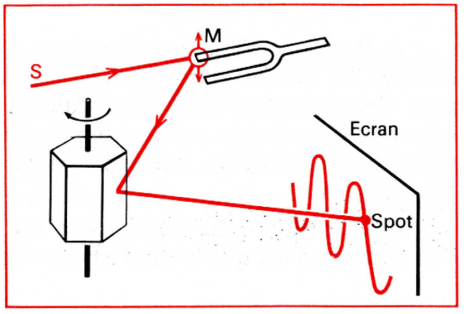
3e *temps :* le cylindre tourne, le diapason vibre : le stylet trace une courbe qui est le graphe de l'équation horaire du mouvement de M.

On peut, après étalonnage du graphe, en déduire la fréquence du mouvement.

❷ *Miroir tournant.*

Un faisceau réfléchi par un miroir plan collé à l'extrémité du diapason se réfléchit à nouveau sur un miroir tournant autour d'un axe vertical. On obtient un spot sur un écran.

L'extrémité M doit vibrer verticalement.



1er *temps :* le diapason vibre seul, on obtient un déplacement vertical du spot proportionnel à l'élongation de M (il y a amplification optique).

2e *temps :* le miroir tourne seul, on obtient un déplacement horizontal du spot proportionnel au temps.

3e *temps :* le diapason vibre, le miroir tourne, nous apercevons sur l'écran, grâce à la persistance des impressions rétiniennes, le graphe de l'équation horaire du mouvement de M.

❸ *Oscilloscope électronique.* (Voir P. 48).

Il suffit de transformer les vibrations mécaniques en oscillations de différence de potentiel. On peut utiliser par exemple un microphone qui transforme les vibrations de l'air en vibrations électriques.

L'oscilloscope est un instrument exceptionnel qui enregistre avec fidélité les mouvements même très rapides, et qui permet après étalonnage de faire des mesures.

4 | ÉTUDE DU MOUVEMENT VIBRATOIRE AU RALENTI

❶ *Cinéma.*

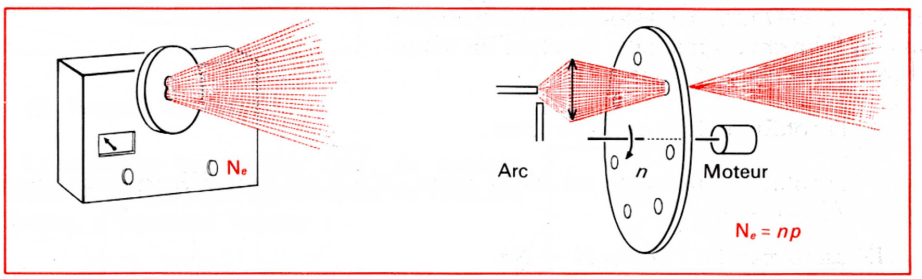
Certaines caméras permettent de prendre plusieurs milliers d'images par seconde. En projetant à 25 images par seconde le film obtenu, on observe un mouvement ralenti permettant une étude du phénomène.

Exemple. Pour 2 000 images par seconde on obtient un mouvement ralenti 80 fois.

❷ *Stroboscopie.*

• Un *stroboscope* est une source lumineuse qui donne des éclairs très brefs à intervalles de temps constants T_e, c'est-à-dire à la fréquence N_e. Il existe des stroboscopes industriels qui comprennent une lampe spéciale donnant pendant une durée très brève un éclair très intense. La fréquence des éclairs étant variable à volonté et connue.

On peut, au laboratoire, intercepter un faisceau lumineux par un disque troué de p trous régulièrement répartis sur une circonférence. Si n est le nombre de tours par seconde du disque, la fréquence des éclairs $Ne = np$.



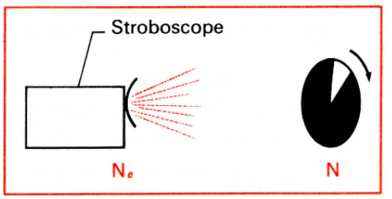
• **Immobilité apparente.**

Éclairons à Ne éclairs par seconde un phénomène périodique à étudier (de période T, de fréquence N), par exemple un disque tournant à vitesse constante (disque noir ayant un secteur blanc).

Si dans un intervalle de temps Te entre deux éclairs, le disque effectue

un nombre entier de tours, le secteur est toujours surpris au même endroit. Il apparaît immobile : il faut donc pour cela que $Te = kT$ (k nombre entier positif, non nul);

d'où : $\boxed{N = kNe}$



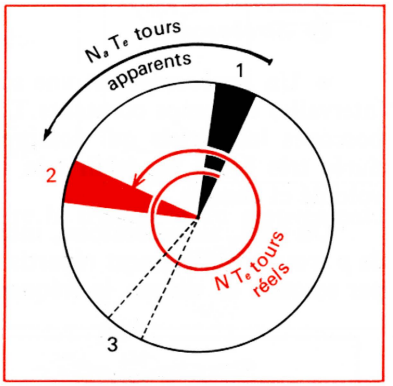
Remarques :

— La plus grande valeur de Ne, qui donne l'immobilité apparente avec un secteur immobile, est $Ne = N$ (pour $k = 1$).

— Si $Ne = kN$, il y a k éclairs pendant un tour du secteur, à cause de la persistance des impressions rétiniennes; l'œil voit le secteur blanc en même temps dans les k positions éclairées : k secteurs régulièrement répartis semblent immobiles.

● **Mouvement apparent.**

— Supposons que la fréquence du mouvement N soit légèrement supérieure à la fréquence des éclairs Ne. Lors d'un éclair, supposons le secteur éclairé en position 1. Il accomplit un tour en T secondes; comme $N > Ne$, $T < Te$, il est éclairé quand il amorce un deuxième tour en position 2. De la même façon, il sera ensuite éclairé en 3, 4... Le secteur semble dériver lentement dans le sens direct : c'est le *mouvement apparent*.



— Soit Na la vitesse de rotation apparente du secteur en tours par seconde; Na représente aussi la fréquence apparente. Pendant un temps Te (entre l'éclair 1 et l'éclair 2) :

— la rotation réelle est NTe tours;

— la rotation apparente est NaTe tours. Il y a un tour d'écart (voir figure), d'où $NaTe = NTe - 1$.

Divisons par Te : $Na = N - Ne$.

Plus généralement $\boxed{Na = |N - Ne|}$

Remarque : Si $N < Ne$, les rotations réelle et apparente sont de sens contraire.

Étude analytique des mouvements périodiques P. 28

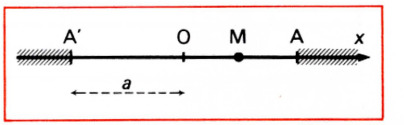
1 | MOUVEMENT SINUSOIDAL

❶ *Équation horaire.*

Elle est de la forme (P. 4, ❹)

élongation — $x = a \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ — phase

amplitude > 0 pulsation > 0 phase initiale (positive ou négative)



Remarque : Si a n'est pas positif, ramener à $-a > 0$ en ajoutant π à la phase initiale φ.

• Fréquence.

Le mouvement est périodique (P 4, 4). Soit T sa période, N sa fréquence, ω sa pulsation :

Hz $\quad N = \frac{1}{T}$ $\quad s$ puisque (P. 4, ❹) $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad \omega = 2\pi N$

rd/s Hz

❷ *Vecteur de Fresnel.*

Considérons un vecteur $\overrightarrow{OM}$, de module constant a, animé d'un mouvement de rotation uniforme, d'équation horaire :

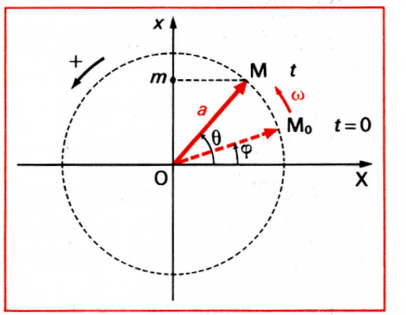
$$(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OM}) = \theta = \omega t + \varphi$$

Projetons M sur $\overrightarrow{Ox}$:

$$\overline{Om} = a \sin \theta$$

ou

$$x = a \sin(\omega t + \varphi)$$

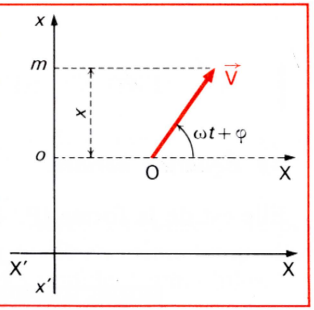


m est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.

Inversement, à tout point m animé d'un mouvement sinusoïdal, on peut associer un vecteur tournant dans un plan, $\vec{V}$, appelé *vecteur de Fresnel.*

Plus généralement, nous établissons une bijection entre les fonctions sinusoïdales du temps et les vecteurs d'un plan, appelé dans cette circonstance plan de Fresnel. On vérifiera aisément les égalités suivantes entre éléments correspondants.

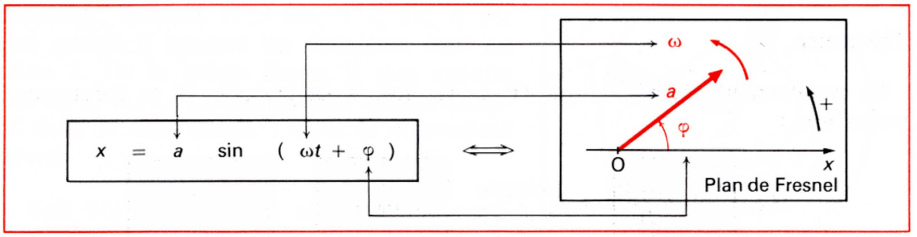
Fonction sinusoïdale	⟺	Vecteur de Fresnel $\vec{V}$
amplitude	⟺	module
pulsation	⟺	vitesse en rd /s
phase (initiale)	⟺	abscisse angulaire (initiale)
période	⟺	période du mouvement
fréquence	⟺	vitesse en tours /seconde



Remarques :

— L'origine du vecteur de Fresnel n'est pas déterminée : c'est un vecteur *libre.*

— On a l'habitude de le représenter à l'instant $t = 0$, c'est ce que nous avons fait dans le tableau récapitulatif qui suit :



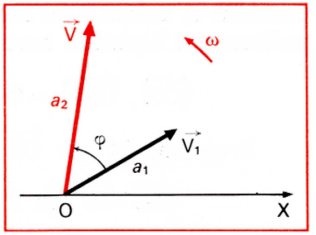
❸ *Comparaison de deux mouvements de même fréquence.*

- **Définitions**

Soit deux mouvements sinusoïdaux d'équation horaire :

$x_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$

$x_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$.



La différence de phase, φ (déphasage), est constante; en effet :

$$\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$$

Cela signifie que les deux vecteurs de Fresnel tournent ensemble à la même vitesse ω : $(\vec{V_1}, \vec{V_2}) = (\vec{OX}, \vec{V_2}) - (\vec{OX}, \vec{V_1}) = \varphi$.

Sur le schéma $\vec{V_1}$ est derrière $\vec{V_2}$, on dit que x_1 est *en retard* sur x_2 (ou x_2 *en avance* sur x_1). φ représente le *retard angulaire*.

— En supposant que le vecteur $\vec{V_2}$ s'immobilise, $\vec{V_1}$ mettra le temps τ pour le rattraper, évaluons ce *retard temporel* (dans le temps). L'angle φ est balayé à la vitesse ω pendant cet intervalle de temps $\varphi = \omega\,\tau$, d'où

retard temporel (*s*) $\quad \tau = \dfrac{\varphi}{\omega} \quad$ retard angulaire (*rd*)

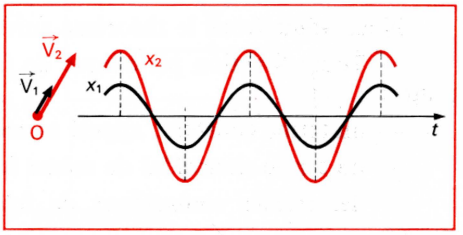
— Évaluons le retard angulaire en fraction de tour (et non plus en radians), et le retard temporel en fraction de période $\dfrac{\tau}{T} = \dfrac{\varphi}{\omega T} = \dfrac{\varphi}{2\pi}$, donc : le retard angulaire en fraction de tour est égal au retard temporel évalué en fraction de période.

- **Étude de quelques déphasages simples.**

— *Mouvements en phase :*

$$\varphi = 0 + 2k\pi$$

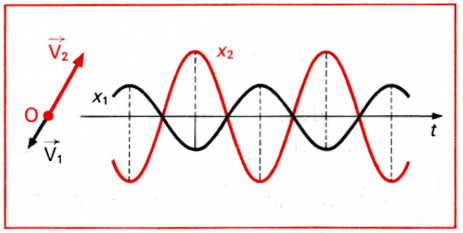
$\tau = 0 + kT$. Le retard, ou l'avance, égale un multiple entier de tours ou de périodes. Les élongations sont maximales, minimales et nulles en même temps.



— *Mouvements en opposition de phase*

$$\varphi = \pi + 2k\pi$$

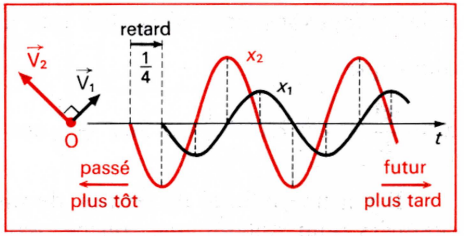
$\tau = T/2 + kT$. Le retard, ou l'avance, égale un multiple impair de demi-tours ou de demi-périodes. Les élongations sont extrémales et nulles en même temps.



— *Mouvements en quadrature :*

$$\varphi = \pi/2 + 2k\pi$$

$\tau = T/4 + kT$. x_1 en retard d'un quart de tour (à k tours près) ou d'un quart de période (à kT près) sur x_2; on dit que x_1 est en *quadrature retard*. Lorsqu'une élongation est extrémale l'autre est nulle.



Remarque : x_1 reproduit les variations de x_2, *après* un quart de période, ce *retard* se traduit par un décalage dans le *sens positif* le long de l'axe des temps.

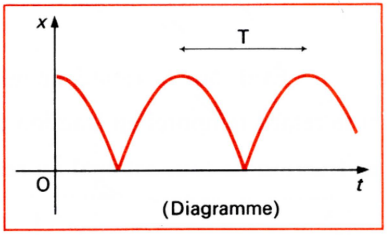
2 | MOUVEMENT PÉRIODIQUE QUELCONQUE

• **Équation horaire.**

C'est une fonction périodique du temps $x = f(t)$.

Soit T la période : $f(t + T) = f(t)$ quel que soit t.

• Diagramme du mouvement : c'est une courbe périodique.



(Diagramme)

Exemple. Nous avons représenté le mouvement *vertical* d'une bille qui rebondit sur un plan horizontal (choc élastique).

• **Théorème de Fourier.**

Nous admettrons le théorème suivant :

— Toute fonction périodique de fréquence N, peut être obtenue en additionnant :

— un terme constant, appelé sa *valeur moyenne;*

— un terme sinusoïdal de même fréquence, appelé son *fondamental;*

— des termes sinusoïdaux de fréquences 2N, 3N, etc., appelés ses *harmoniques.*

— Ceci se traduit par (x étant de période T) :

$$x = \underbrace{a_0}_{\text{valeur moyenne}} + \underbrace{a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)}_{\text{fondamental}} + \underbrace{a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2)}_{\text{harmonique 2}} + \ldots \quad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

— Si la valeur moyenne a_0 est nulle, la fonction est dite *alternative.*

Exemple. Reprenons la fonction périodique représentée ci-dessus (arcs de parabole), supposons pour simplifier que la valeur maximale de x soit $\frac{\pi^2}{4}$, on montre alors que

$$x = \frac{\pi^2}{6} + \cos \omega t - \frac{1}{4} \cos 2\omega t + \frac{1}{9} \cos 3\omega t + \ldots \frac{1}{n^2} \sin \left(n\omega t + n\pi - \frac{\pi}{2}\right) + \ldots$$

Il y a une infinité de termes, de plus en plus petits; il suffit de prendre les dix premiers pour obtenir une courbe pratiquement confondue avec la courbe initiale.

Remarques. Un mouvement vibratoire sinusoïdal constitue une *vibration simple.* Un mouvement vibratoire non sinusoïdal constitue une *vibration complexe.*

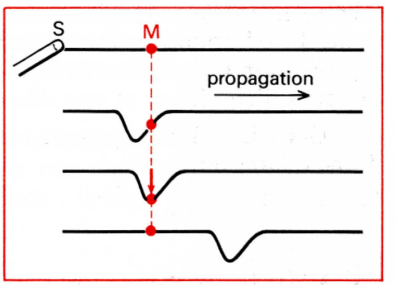
Propagation d'un ébranlement P. 29

1 | ÉBRANLEMENT TRANSVERSAL

A l'extrémité S d'une corde élastique, produisons un choc perpendiculaire à la corde : S effectue un aller et retour à partir de sa position d'équilibre, ce mouvement est appelé un *ébranlement*.

Nous voyons la déformation produite en S se déplacer, sans se déformer, le long de la corde : elle se *propage*.

Au passage de l'ébranlement le point M, par exemple, se déplace perpendiculairement à la direction de propagation : l'ébranlement est dit *transversal*.



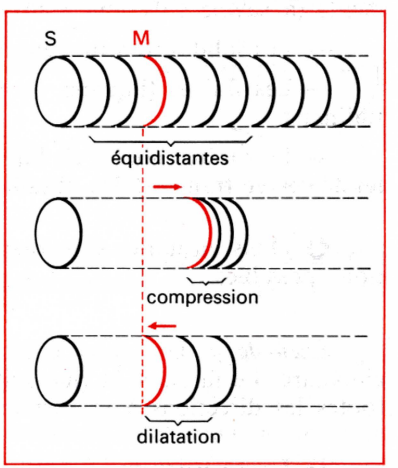
ébranlement ⇅ → propagation

2 | ÉBRANLEMENT LONGITUDINAL

1er *exemple :* Soit un ressort à boudin long et souple. Pinçons la spire S; faisons-lui effectuer un bref aller et retour vers la droite.

Nous voyons la déformation produite en S se propager.

Au passage de l'ébranlement la spire M, par exemple, fait un aller et retour parallèlement à la direction de propagation : l'ébranlement est dit *longitudinal*.



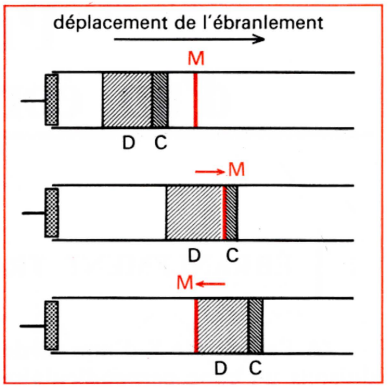
⇄ ébranlement → propagation

La déformation est caractérisée par un rapprochement des spires : *compression*, suivi d'un écartement : *dilatation*; on peut donc dire qu'une zone de compression (et de dilatation) se propage.

2e *exemple :* Une colonne gazeuse est contenue dans un cylindre fermé à une extrémité par un piston S.

Donnons au piston un bref aller et retour vers la droite.

Les tranches d'air jouent le même rôle que les spires dans l'exemple précédent.



Au passage de l'ébranlement la tranche d'air, M, par exemple, fait un aller et retour parallèlement à la direction de propagation : l'ébranlement est longitudinal. Pour chaque point la déformation est caractérisée par une compression C (pression de l'air supérieure à la pression d'équilibre) et une dilatation D qui se suivent dans le temps.

Dans la colonne gazeuse, se déplace une compression C suivie dans l'espace d'une dilatation D.

3 | CARACTÈRES DE LA PROPAGATION

❶ La propagation d'un ébranlement n'est pas instantanée; l'expérience montre qu'elle se fait à une vitesse constante, encore appelée *célérité*.

❷ La célérité ne dépend pas de l'importance, de la forme, de la durée, de l'ébranlement.

❸ La célérité dans un milieu élastique donné dépend de la nature des ébranlements (à savoir s'ils sont transversaux ou longitudinaux).

— Les solides transmettent les 2 types d'ébranlement à des célérités différentes.

— Les fluides (liquides ou gaz) ne transmettent que les ébranlements longitudinaux.

— La surface libre d'un liquide se comporte comme une « membrane élastique tendue » et transmet les ébranlements transversaux.

❹ Dans un milieu élastique, un ébranlement se propage dans toutes les directions possibles.

Exemple : Un choc à la surface d'un liquide au repos donne une ride circulaire. Le fait que la ride soit circulaire prouve que la célérité est la même dans toutes les directions à la surface du liquide.

❺ La célérité est déterminée par les caractéristiques mécaniques du milieu élastique.

On démontre et on vérifie expérimentalement que :

— la célérité des ébranlements transversaux le long d'une corde tendue est donnée par

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

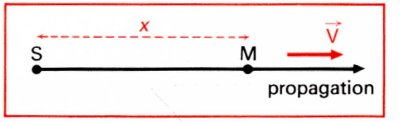
F : tension de la corde en N.
μ masse linéaire en kg/m.
V célérité en m/s.

— la célérité des ébranlements longitudinaux dans un gaz est donnée par la formule de Laplace (voir P.31).

❻ L'amplitude de l'ébranlement est très inférieure à la distance qu'il parcourt. La matière se déplace peu alors que nous assistons à un transport d'énergie mécanique sur une distance appréciable. Il ne faut pas confondre la célérité (vitesse de propagation de l'ébranlement) avec la vitesse de déplacement des points matériels du milieu élastique.

Exemple : Un petit bouchon de liège flottant à la surface d'un liquide au repos subit un petit mouvement vertical au passage d'une ride circulaire. La ride passée, on constate que le bouchon est resté à la même place : il n'y a pas eu transfert en bloc de matière.

❼ La célérité V étant constante, chaque point du milieu élastique reproduisant le mouvement de la source S, le mouvement d'un point M, situé à la distance x de S, présente par rapport à S un retard τ égal à $\frac{x}{V}$.



REMARQUE

Soit $y_S = f(t)$ l'équation horaire du mouvement de la source S. Quelle est l'équation horaire du mouvement de M?

L'élongation y de M à l'instant t est l'élongation qu'avait le point S à l'instant $(t - \tau)$, elle valait alors $f(t - \tau)$.

Donc $y = f(t - \tau) = f\left(t - \frac{x}{v}\right)$, le temps τ représentant le temps mis par l'ébranlement pour aller de S à M.

❽ En fait l'amplitude de M diminue avec x. Il y a amortissement pour deux raisons :

- Il y a dégradation de l'énergie mécanique en énergie calorifique : les milieux réels n'étant pas parfaitement élastiques, leurs déformations s'accompagnent de frottements.

- Il y a dispersion de l'énergie mécanique dans l'espace lorsque l'ébranlement peut se propager dans plus d'une seule direction.

1er *exemple*. Si la propagation est unidirectionnelle (le long d'une corde, d'un ressort), l'énergie mécanique (aux frottements près) est transmise de point en point. La portée peut être grande.

2e *exemple*. Si la propagation se fait dans un plan (à la surface d'un liquide par exemple), à un instant donné, l'énergie se trouve sur un cercle de rayon R, de circonférence $2\pi R$. Chaque point reçoit une énergie inversement proportionnelle à R. Comme R croît régulièrement avec le temps, l'amplitude décroît obligatoirement.

3e *exemple*. Si la propagation se fait dans tout l'espace (ex. : propagation du son). A un instant donné, l'énergie se trouve sur une sphère de rayon R, de surface $4\pi R^2$. Chaque point reçoit une énergie inversement proportionnelle à R^2. Comme R croît régulièrement avec le temps, l'amplitude décroît assez rapidement.

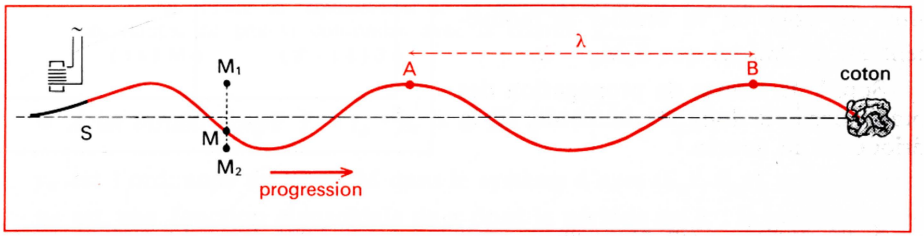
Pour augmenter la portée, on a donc intérêt à canaliser l'énergie dans le plus petit volume possible (ex. : porte-voix).

Propagation d'une vibration P. 30

La vitesse de propagation V d'un ébranlement ne dépend pas de sa forme, de son importance de sa durée. Elle est déterminée par les caractéristiques mécaniques du milieu élastique. Nous allons étudier la propagation d'un mouvement vibratoire sinusoïdal.

1 PROPAGATION D'UNE VIBRATION TRANSVERSALE LE LONG D'UNE CORDE

1 *Expérience.*



Une corde, légèrement tendue est fixée en S à l'extrémité d'une lame vibrante. Pour éviter les réflexions, l'autre extrémité de la corde est entourée de coton qui absorbe les vibrations.

Éclairons toute la corde par une suite d'éclairs donnés par un stroboscope. Soit N la fréquence de la source S, Ne la fréquence des éclairs.

- Pour Ne = N, la corde semble immobile et a l'aspect d'une sinusoïde. Cette sinusoïde donne la répartition des points de la corde à un instant donné, on l'appelle la *sinusoïde des espaces.*

Une sinusoïté telle AB est une *onde.* Une série d'ondes est un *train d'ondes.* La distance qui sépare deux crêtes successives est la *longueur d'onde* λ.

- Pour Ne < N on observe, au ralenti, que la sinusoïde se déplace en bloc le long de la corde, semblant naître en S : les ondes progressent donc sans se déformer, on les appelle les *ondes progressives.*

REMARQUES

A l'œil nu les ondes défilant à vitesse assez grande, il n'est pas possible de faire une bonne observation.

— Il s'agit encore d'une propagation d'énergie mécanique et non de matière. Pour s'en rendre compte, il suffit de colorer un point M de corde. On observe dans l'étude au ralenti que M oscille entre les deux positions extrêmes M_1 et M_2 et ne subit aucun déplacement dans la direction de propagation, autrement dit M reproduit le mouvement de S.

❷ *Longueur d'onde.*

La source S et tous les points de la corde ont un mouvement de période T.

Au bout d'un intervalle de temps T, tous les points reviennent au même endroit : la sinusoïde s'est déplacée de λ pour recoïncider avec elle-même.

La longueur d'onde λ représente donc la distance parcourue par le mouvement vibratoire pendant une période, d'où

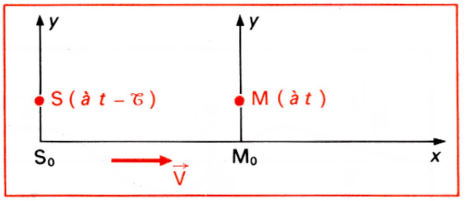
$$\lambda = VT$$

longueur d'onde en m (période spatiale) — vitesse de propagation ou célérité en m/s — période en s (période temporelle)

❸ *Équation horaire du mouvement d'un point M de la corde.*

La corde au repos est confondue avec l'axe S_0x, la source est en S_0, le point M, dont on va étudier le mouvement est en M_0 tel que $\overline{S_0M_0} = x$.

Soit V la vitesse de propagation des ébranlements le long de la corde, T la période de la source.



S est animée d'un mouvement sinusoïdal sur l'axe S_0y, d'équation horaire

$$\overline{S_0S} = a \sin \frac{2\pi t}{T} \text{ (en prenant } t = 0 \text{ lorsque S est en } S_0)$$

M reproduit le mouvement de S avec un retard $\tau = \frac{x}{V}$ (temps mis par la vibration pour passer de S à M).

A l'instant t, M *a une élongation* $\overline{M_0M}$, *égale à celle qu'avait* S *à l'instant* $t - \tau$, d'où

$$(\overline{M_0M})_{(t)} = \overline{S_0S}_{(t-\tau)} \Longrightarrow \overline{M_0M} = y_M = a \sin \frac{2\pi}{T}(t - \tau) = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{VT}\right)$$

d'où

$$y_M = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

REMARQUES

— à l'amortissement près, tous les points ont des mouvements de même amplitude;

— $\frac{x}{\lambda}$ représente le retard de M sur S en fraction de tour (P.28, 1 ❸) ainsi que la distance SM en fraction de longueur d'onde.

Discussion.

y_M est fonction de 2 variables t et x.

• *Pour un point* M *donné* tel que $x = x_0$ $\quad y_M = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_0}{\lambda}\right)$.

M est une fonction sinusoïdale du temps de période T : le graphe de cette fonction est la *sinusoïde des temps*.

REMARQUES

— l'angle $\frac{2\pi x_0}{\lambda}$ est la différence de phase entre M et S :

M et S sont en phase si $\frac{2\pi x_0}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow x_0 = k\lambda$;

M et S sont en opposition de phase si $\frac{2\pi x_0}{\lambda} = \pi + 2k\pi \Rightarrow x_0 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$;

— la vitesse de déplacement de M est donnée par la dérivée de y_M par rapport au temps, ne pas la confondre avec la célérité V.

• *A un instant donné* $t = t_0$ $\quad y_M = a \sin\left(-\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi t_0}{T}\right)$

y_M est l'ordonnée du point M dans le système d'axes (S_0x, S_0y), x son abscisse.

y_M est une fonction sinusoïdale de x dont la période est λ : le graphe de cette fonction est la *sinusoïde des espaces*. Il représente l'aspect de la corde à l'instant t_0.

Montrons que le train d'onde se déplace à vitesse V. Désignons par E_1 la sinusoïde des espaces à l'instant t_0 d'équation

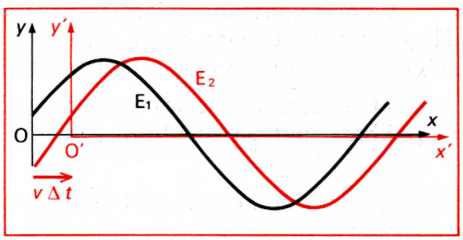
$$y = a \sin\left(-\frac{2\pi x}{\lambda} + 2\pi\frac{t_0}{T}\right) \text{ dans les axes } (Ox,\ Oy).$$

A l'instant $t_0 + \Delta t$, la sinusoïde E_2 a pour équation :

$$y = a \sin\left(-\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi t_0}{T} + \frac{2\pi \Delta t}{T}\right)$$

$$= a \sin\left(-\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi V \Delta t}{\lambda} + \frac{2\pi t_0}{T}\right)$$

$$y = a \sin\left(-\frac{2\pi}{\lambda}(x - V\Delta t) + \frac{2\pi t_0}{T}\right)$$



Posons $x' = x - V\Delta t$, dans le nouveau système d'axes $(O'y, O'x')$ la sinusoïde E_2 a même équation que E_1 :

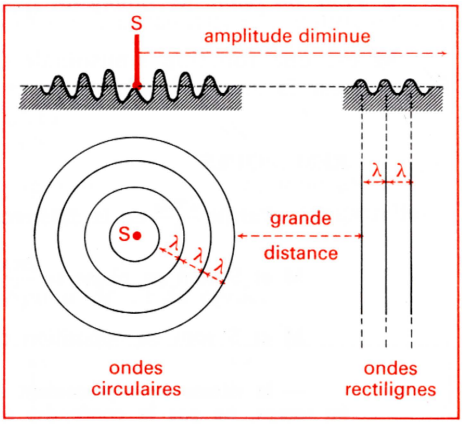
$$y = a \sin\left(-\frac{2\pi x'}{\lambda} + \frac{2\pi t_0}{T}\right)$$

la sinusoïde E_2 est donc égale à la sinusoïde E_1 mais est translatée de $V\Delta t$ dans le sens de la propagation : nous avons bien des ondes progressives se déplaçant à vitesse V sans se déformer.

2 PROPAGATION D'UNE VIBRATION TRANSVERSALE A LA SURFACE D'UN LIQUIDE

Soit une pointe S qui excite la surface de l'eau de façon périodique.

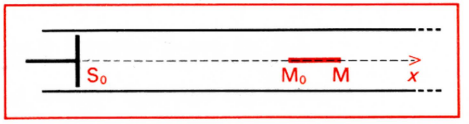
En éclairant par un stroboscope, on peut voir des rides circulaires équidistantes radialement, se dilater régulièrement en fonction du temps. Ces rides semblant naître de la source S. Ce type d'ondes est appelé *ondes circulaires*. Loin de S, le rayon devient très grand, on a alors des *ondes* pratiquement *rectilignes*.



Remarques : On montre que l'énergie d'un mouvement vibratoire est proportionnelle au carré de son amplitude. Il s'ensuit que l'amplitude décroît rapidement au fur et à mesure qu'on s'éloigne de S

3 PROPAGATION D'UNE VIBRATION LONGITUDINALE

Maintenant les élongations de la source S et d'une tranche d'air M sont comptées sur l'axe S_0x. La même étude conduit à $y_M = \overline{M_0M} = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$,



y_M est fonction sinusoïdale de t et de x de périodes T et λ.

A un instant donné, les tranches d'air sont écartées de y_M de leur position d'équilibre, y_M variant d'une tranche à l'autre (y_M dépend de x), certaines tranches subissent obligatoirement des variations de pression.

On démontre que les variations de pression $p - p_0$ (p_0 étant la pression à l'équilibre) sont en quadrature avec les élongations.

$$p - p_0 = p_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{\pi}{2}\right] = p_m \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

En conclusion :

— Il y a périodicité dans le temps : tous les intervalles de temps T, la pression en un point reprend la même valeur.

— Il y a périodicité dans l'espace : deux tranches d'air séparées par λ sont à la même pression à un instant donné (en particulier les dilatations ou les compressions sont équidistantes de λ).

— Le train d'onde est constitué par une suite de dilatations et de compressions se déplaçant en bloc à la célérité V.

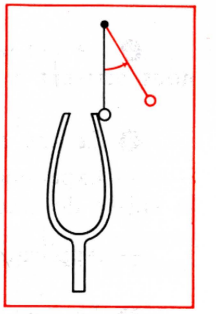
Vitesse du son P. 31

A) NATURE VIBRATOIRE DU SON

1 | LES SOURCES SONORES

● *Dans toute source sonore vibre un milieu élastique :*

Exemple : Lorsque le diapason émet un son, ses branches vibrent transversalement. La fréquence est trop élevée et l'amplitude trop faible pour que ce mouvement soit perçu directement.

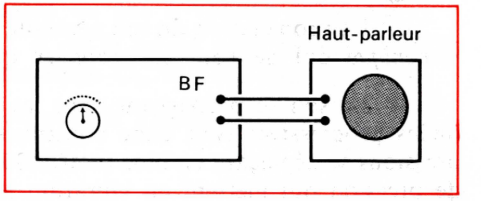


Dans l'expérience diapason-pendule à boule légère, à chaque fois que la petite boule est en contact avec le diapason en vibration, elle subit une série de chocs répétés et se trouve ainsi repoussée.

Autres exemples : Une cloche, une plaque métallique, les cordes de certains instruments, la membrane d'un haut-parleur, la colonne d'air des instruments à vent... sont le siège de vibrations mécaniques.

● *Toutes les sources vibratoires ne sont pas nécessairement des sources sonores :*

Exemple : Un générateur BF (basse-fréquence) applique aux bornes d'un haut-parleur, une tension alternative de fréquence connue. La membrane du haut-parleur vibre avec cette fréquence, dans un domaine suffisamment large si le haut-parleur est de bonne qualité.



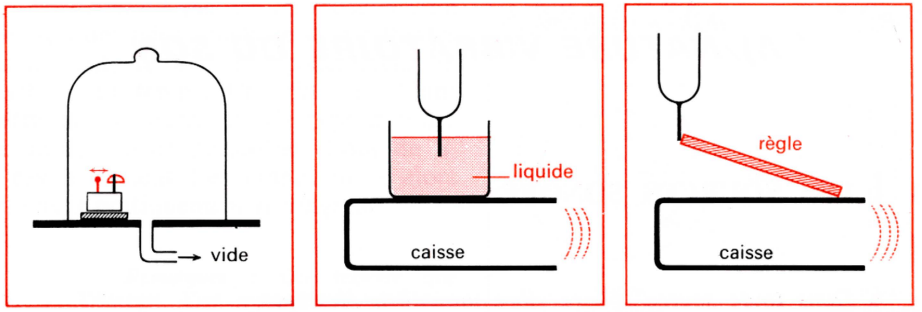
Entre 0 et 20 Hertz, on n'entend rien : le haut-parleur émet des infra-sons.

Entre 20 et 20 000 Hz, on perçoit un son de plus en plus aigu, à mesure que la fréquence augmente : c'est le domaine des fréquences sonores.

Au-delà de 20 000 Hz, on n'entend rien, il y a émission d'ultra-sons.

2 | LA PROPAGATION DU SON

❶ *Le son ne se propage pas dans le vide.* Lorsque le vide est réalisé sous la cloche, on ne perçoit plus le son émis par la sonnette, alimentée par une pile, bien qu'on voit le marteau frapper le timbre.



❷ *Le son se propage dans les gaz :* En particulier c'est par l'air que les sons nous arrivent à l'oreille.

❸ *Le son se propage dans les liquides.*

— Expérience : dès que la base du diapason est plongée dans le liquide, la caisse de résonance renforce le son émis par le diapason.

— Application : le sonar pour la détection des sous-marins.

❹ *Le son se propage dans les solides.*

— Expérience : dès que la base du diapason touche la règle, la caisse de résonance renforce le son émis par le diapason.

— Application : le stéthoscope.

❺ ***Conclusion :***

— La propagation du son nécessite un milieu matériel : le son est une vibration *mécanique* qui ne peut se propager que dans un milieu élastique.

— Le son se propageant dans les fluides est une vibration *longitudinale :* les ondes progressives sont donc constituées par une suite de dilatations et de compressions se déplaçant en bloc (voir P.30,3). Ainsi l'oreille est sensible aux variations de pression qui mettent en vibration le tympan.

— Il y a amortissement plus ou moins important à la fois par dégradation de l'énergie mécanique en chaleur et par dispersion de l'énergie mécanique dans l'espace. Certains milieux, peu élastiques, donnent une grande dégradation d'énergie mécanique en chaleur : ce sont des isolants acoustiques (liège, feutre...) utilisés pour insonoriser.

B) CÉLÉRITÉ DU SON

1 | OBSERVATIONS

• Le son ne se propage pas instantanément.

Exemple : on voit une explosion se produire à grande distance avant de l'entendre.

• Dans un milieu donné, la célérité est indépendante de l'amplitude, de la fréquence des vibrations sonores.

Exemple : les qualités d'un morceau de musique conservent le même caractère, quelle que soit la distance auditeur-orchestre.

• La célérité dans un milieu élastique homogène est constante.

• La célérité est déterminée par les caractéristiques mécaniques du milieu élastique, de façon générale elle diminue lorsque l'on passe de l'état solide à l'état liquide puis à l'état gazeux.

2 | CÉLÉRITÉ DU SON DANS LES GAZ PARFAITS

1 *Formule de Laplace.*

L'étude théorique de la vitesse de propagation des ébranlements longitudinaux dans les gaz conduit à la formule de Laplace, qui pour les gaz parfaits prend la forme

$$V = \sqrt{\gamma \frac{p_0 T}{a_0 d T_0}} \qquad (1)$$

• V : célérité en m/s.

• $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, C_p étant la chaleur massique du gaz à pression constante. C_v étant la chaleur massique du gaz à volume constant.

Ce rapport est lié à l'atomicité du gaz, il est le même pour des gaz parfaits de même atomicité. Ainsi pour les gaz diatomiques O_2, H_2, N_2, Cl_2... $\gamma \simeq 1{,}4$.

• p_0 est la pression atmosphérique normale en Pascals.

$$p_0 \simeq 1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

• a_0 est la masse volumique de l'air dans les conditions normales.

$$a_0 \simeq 1{,}3 \text{ kg/m}^3$$

• d est la densité du gaz par rapport à l'air, elle est indépendante de la température et de la pression. Elle est donnée par l'expression approchée $M \simeq 29d$, M masse molaire du gaz en grammes.

- T étant la température absolue en degrés Kelvin.
- T_0 étant la température normale : $T_0 = 273^0$ K.
- Cette formule est valable pour un mélange de gaz parfaits de même atomicité. Ainsi, en négligeant les traces de gaz monoatomiques (He, Ne...) et triatomiques (CO_2, H_2O...), on trouve pour l'air à 0^0 $V_0 \simeq 331$ m/s, ce qui est en très bon accord avec la valeur expérimentale.
- Il est intéressant de remarquer que pour les gaz parfaits V est indépendant de la pression du gaz. Des vérifications expérimentales précises confirment ce résultat.

REMARQUE

En fait la formule de Laplace pour *tous* les gaz est $V = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$, ρ masse volumique du gaz en kg/m³. Il est facile, en remarquant que pour les gaz parfaits :

$$\rho = a_0 d \frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T} \quad \text{d'en déduire la forme (1)}$$

❷ *Formes particulières de la loi de Laplace.*

- *Dans un gaz donné G.*

A la température T_1 $\quad V_1 = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{a_0 d}\frac{T_1}{T_0}}$

A la température T_2 $\quad V_2 = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{a_0 d}\frac{T_2}{T_0}}$, divisons membre à membre.

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

La célérité du son dans un gaz est proportionnelle à la racine carrée de sa température absolue.

- *Dans deux gaz G_1 et G_2* :
  - de même atomicité, donc de même γ;
  - à la même température;
  - de densités par rapport à l'air d_1 et d_2.

On démontrerait de même que les célérités sont inversement proportionnelles aux racines carrées des densités

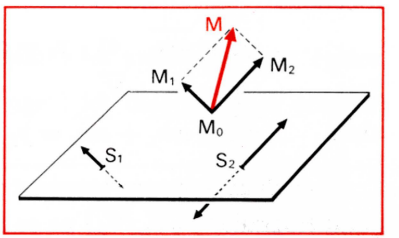
$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$$

REMARQUE

N'oublions pas que $d_1 \simeq \frac{M_1}{29}$ et $d_2 \simeq \frac{M_2}{29}$, M_1 et M_2 étant les masses molaires (en grammes) de G_1 et G_2.

Superposition de vibrations P. 32

1 PRINCIPE DE LA SUPERPOSITION DES PETITS MOUVEMENTS



• Les vibrations émises par les deux sources S_1 et S_2 se propagent dans un milieu élastique. Soit M un point de ce milieu, dont la position d'équilibre est M_0. Les deux vibrations se *superposent* ou *interfèrent* en M.

Si S_1 agissait seule, l'élongation de M serait à un instant donné $\overrightarrow{M_0M_1}$. Si S_2 agissait seule, l'élongation de M serait, au même instant $\overrightarrow{M_0M_2}$. S_1 et S_2 agissant simultanément, l'élongation observée est $\overrightarrow{M_0M}$.

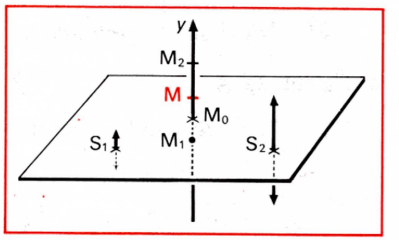
Nous admettrons que $\overrightarrow{M_0M} = \overrightarrow{M_0M_1} + \overrightarrow{M_0M_2}$

Principe. *L'élongation d'un point matériel, dans un milieu élastique, soumis à plusieurs vibrations est la somme vectorielle des élongations qu'il aurait du fait de chacune des vibrations agissant seule.*

REMARQUE

Ce principe n'est applicable que tant que les forces élastiques restent proportionnelles aux élongations, il faut que celles-ci soient suffisamment petites.

• *Cas particulier important : les vibrations ont la même direction.*



On mesure algébriquement les élongations sur un axe $\overrightarrow{M_0y}$.

$$\overline{M_0M} = \overline{M_0M_1} + \overline{M_0M_2}$$

ou $\boxed{y = y_1 + y_2}$

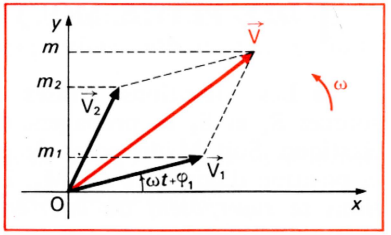
Nous supposerons que les vibrations que nous envisagerons sont parallèles et sont de plus sinusoïdales (vibrations simples).

2 SOMME DE DEUX FONCTIONS SINUSOIDALES DE MÊME FRÉQUENCE

Soit $y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$, nous supposerons a_1 et $a_2 > 0$ (on peut toujours se ramener à ces cas en ajoutant π à la phase initiale).

Déterminons $y = y_1 + y_2$.

1 *Règle de Fresnel.*



Considérons les vecteurs de Fresnel de ces fonctions

$$y_1 = \overline{om_1} \quad \text{et} \quad y_2 = \overline{om_2}$$

Soit $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$

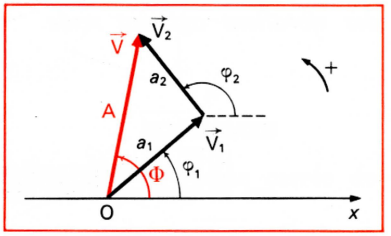
alors $\overline{om} = \overline{om_1} + \overline{om_2} = y_1 + y_2 = y$

Les deux vecteurs tournent à la même vitesse ω. Au cours de la rotation, le parallélogramme $(\vec{V_1}, \vec{V_2})$ ne se déforme pas, par suite $\vec{V}$ est un vecteur de module constant, A, animé d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω. Soit θ son abscisse angulaire $\theta = \omega t + \Phi$

d'où $\overline{om} = A \sin \theta$ soit $y = A \sin(\omega t + \Phi)$

En conclusion. La somme de deux fonctions sinusoïdales de même fréquence est une fonction sinusoïdale de même fréquence.

On peut énoncer la règle suivante : *le vecteur de Fresnel de la somme de deux fonctions sinusoïdales de même fréquence est la somme de leurs vecteurs de Fresnel.*



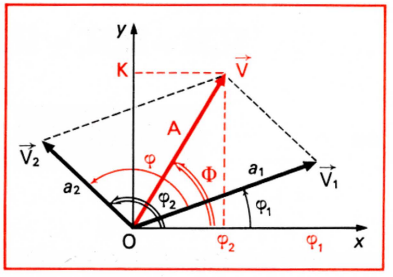
REMARQUES

La bijection établie entre fonctions sinusoïdales de même fréquence et vecteurs de Fresnel est donc linéaire

$$y = y_1 + y_2 \iff \vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$$

2 *Calcul de l'amplitude et de la phase initiale de la vibration résultante.*

- **Calcul de A.**



1re *méthode.* Soit φ le déphasage

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$A^2 = \vec{V}^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\varphi$$

2e *méthode.* $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$.

Projetons cette égalité vectorielle sur $\overrightarrow{ox}$ et $\overrightarrow{oy}$:

— sur $\overrightarrow{ox}$ soit $\overline{OH}$ la mesure algébrique de la projection de $\vec{V}$:

$$\overline{OH} = a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2 ;$$

— sur $\overrightarrow{oy}$ soit $\overline{OK}$ la mesure algébrique de la projection de $\vec{V}$:

$$\overline{OK} = a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2$$

d'où $$A^2 = \overline{OH}^2 + \overline{OK}^2$$

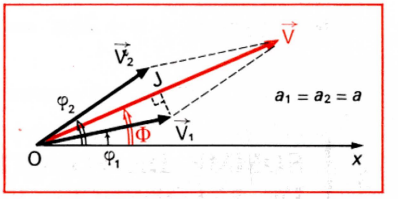
• **Calcul de Φ** $$\operatorname{tg} \Phi = \frac{\overline{OK}}{\overline{OH}} = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

• **Calcul de A et Φ dans un cas particulier important : les amplitudes sont égales.**

Dans ce cas le parallélogramme est un losange : les diagonales se coupent à angle droit d'où

$$A = 2 \cdot 0\dot{J}$$

$$O\dot{J} = a \left| \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right|$$



d'où $$\boxed{A = 2a \left| \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right|}$$

les diagonales sont bissectrices des angles au sommet d'où $\boxed{\Phi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}}$

à π rd près puisque φ_1 et φ_2 sont à 2π rd près.

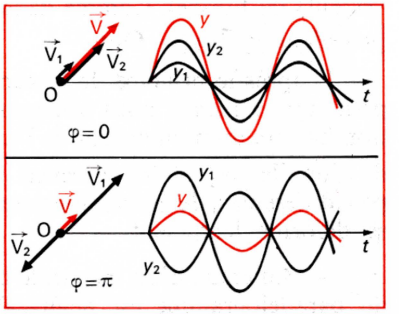
❸ ***Comment varie l'amplitude A en fonction du déphasage $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$?***

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \varphi \quad -1 \leqslant \cos \varphi \leqslant +1 \implies |a_1 - a_2| \leqslant A \leqslant a_1 + a_2$$

• **Cas particuliers.**

$\varphi = 0 + 2k\pi \implies \cos \varphi = 1 \quad A = a_1 + a_2$ d'où : lorsque les fonctions sont en phase, l'amplitude de leur somme est maximale.

$\varphi = \pi + 2k\pi \implies \cos \varphi = -1 \quad A = |a_1 - a_2|$ d'où : lorsque les fonctions sont en opposition, l'amplitude de leur somme est minimale (nulle si $a_1 = a_2$).



Ces deux cas particuliers correspondent à l'aplatissement du parallélogramme de Fresnel suivant l'une ou l'autre des deux diagonales.

Nous voyons, dans le cas général, que l'amplitude de la somme $y_1 + y_2$ n'est pas égale à la somme des amplitudes de y_1 et y_2.

4 ***Dans quels cas peut-on se dispenser de faire la construction de Fresnel ?***

● Quand $a_1 = a_2 = a, y_1 = a \sin(\omega t + \varphi_1)$, $y_2 = a \sin(\omega t + \varphi_2)$, on applique la formule de trigonométrie $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ ce qui conduit à $y = 2a \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$.

Si on pose $A = 2a \left|\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right|$ alors $\Phi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ à π rd près selon le signe de $\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ (en effet si $\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} < 0$, prendre la valeur absolue revient à ajouter π à la phase du sinus).

On retrouve les résultats du **2**).

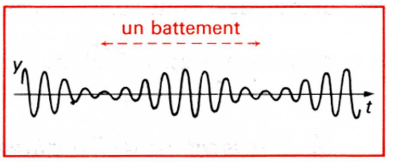
● si $\varphi_2 = \varphi_1 = \varphi$ à $2k\pi \implies y = a_1 \sin(\omega t + \varphi) + a_2 \sin(\omega t + \varphi)$
$= (a_1 + a_2) \sin(\omega t + \varphi)$

● si $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi + 2k\pi \implies y = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a_2 \sin(\omega t + \varphi_1 + \pi)$
$= (a_1 - a_2) \sin(\omega t + \varphi_1)$

3 SOMME DE FONCTIONS SINUSOIDALES DE FRÉQUENCES VOISINES : BATTEMENTS

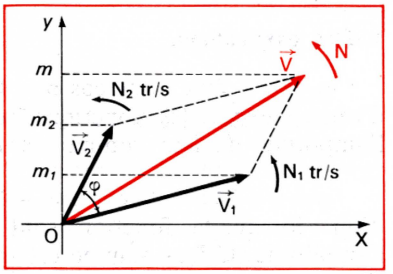
● **Expérience.**

Lorsqu'on fait vibrer simultanément deux diapasons de fréquences voisines, le son perçu est alternativement fort puis faible. C'est le phénomène de *battements*. Si on analyse ce phénomène à l'aide d'un microphone et d'un oscilloscope, on obtient sur l'écran le graphe ci-contre.



● **Interprétation.** Les vibrations sonores interfèrent au niveau de l'oreille. Soit $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ leurs vecteurs de Fresnel. Comme dans le paragraphe précédent $y_1 + y_2 = \overline{Om}$.

D'après le principe de la superposition des petits mouvements, nous obtenons ainsi l'équation horaire du mouvement de l'air au voisinage de l'oreille. $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ tournent à des vitesses peu différentes, le parallélogramme de Fresnel se déforme lentement.



— Au cours d'un intervalle de temps de l'ordre de la période, la déformation du parallélogramme est négligeable, le son est quasi sinusoïdal, d'une fréquence pratiquement égale à :

$$N = \frac{N_1 + N_2}{2}$$

— Au cours d'un intervalle de temps très supérieur à la période, le déphasage φ varie, ce qui veut dire que l'amplitude varie suivant l'ouverture du parallélogramme.

● ***Fréquences des battements.***

L'amplitude est maximale chaque fois que $\overrightarrow{V_2}$ recouvre $\overrightarrow{V_1}$.

Supposons $N_2 > N_1$, le vecteur $\overrightarrow{V_2}$ a par rapport au vecteur $\overrightarrow{V_1}$, une vitesse angulaire relative égale à $(N_2 - N_1)$ tours par seconde. $\overrightarrow{V_2}$ repasse sur $\overrightarrow{V_1}$, $(N_2 - N_1)$ fois par seconde, il y a $(N_2 - N_1)$ maxima d'amplitude par seconde : ce nombre mesure la fréquence des battements.

Plus généralement $\boxed{\nu = |N_2 - N_1|}$

On obtient la même relation que pour la stroboscopie.

REMARQUES

— si $N_2 = N_1$ $\upsilon = 0$: l'amplitude est constante (cas du ❷);

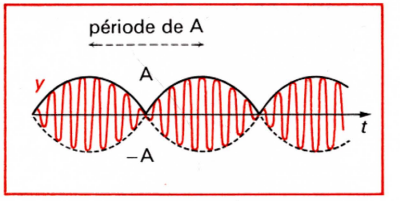
— si les amplitudes sont égales, on peut éviter la construction de Fresnel :

$$y_1 = a_1 \sin \omega_1 t \qquad y_2 = a_2 \sin \omega_2 t \qquad y = 2a \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t$$

l'amplitude A varie lentement :

$$A = 2a \left| \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right|$$

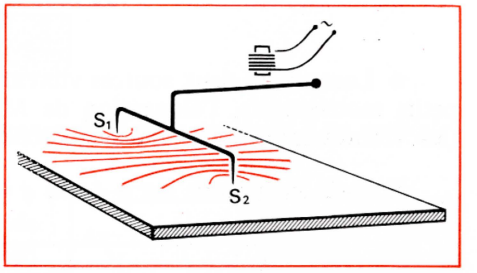
y reste compris continuellement entre A et — A, la fréquence des battements est la fréquence de A.



Interférences mécaniques P. 33

1 | EXPÉRIENCE

Une fourche métallique munie de deux pointes S_1 et S_2 est fixée à l'extrémité d'un vibreur entretenu électriquement. Quand la fourche vibre, les deux pointes frappent périodiquement la surface de l'eau.



• Observons en lumière normale. On constate que l'eau forme une figure fixe constituée par des rides ayant la forme d'hyperboles : ce sont des *franges d'interférence*.

• Observons en lumière stroboscopique. On voit naître en S_1 et S_2 des ondes progressives qui en se recoupant donnent les franges d'interférences. D'ailleurs si l'une des pointes vibre sans toucher l'eau, les franges disparaissent. On dit que les ondes émises de S_1 et S_2 *interfèrent*.

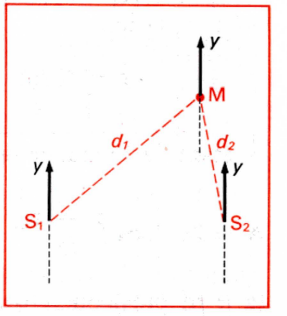
2 | INTERPRÉTATION

❶ *Mouvement d'un point M du champ d'interférence.*

Les deux sources S_1 et S_2 ont un mouvement, que nous supposerons sinusoïdal de période T.

Si les deux pointes sont à égale distance de la surface de l'eau, les vibrations partent en phase de S_1 et S_2 et ont même amplitude a.

Nous négligerons tout amortissement des vibrations.



• Les mouvements de S_1 et S_2 sont représentés par la même équation

$$y_{s_1} = y_{s_2} = a \sin \frac{2\pi t}{T}$$

(en prenant $t = 0$ lorsque S_1 et S_2 passent par leur position d'équilibre).

• Si S_1 vibrait seule, l'équation horaire du mouvement de M serait

$$y_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)$$

λ longueur d'onde reliée à la célérité V à la surface de l'eau par $\lambda = VT$.

• Si S_2 vibrait seule, l'équation horaire du mouvement de M serait

$$y_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

• Lorsque les deux sources vibrent, d'après le principe de la superposition des petits mouvements, l'élongation de M à l'instant t est donnée par $y = y_1 + y_2$ (les vibrations étant de même direction).

D'après la formule $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ nous en déduisons

$$y = 2a \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda}\right)$$

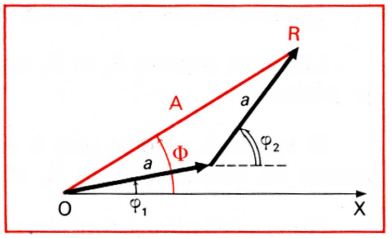
Cette équation est de la forme $y = A \sin \left(2\pi \frac{t}{T} + \Phi\right)$ en posant

$A = 2a \left|\cos \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right|$ et pour phase à l'origine $\Phi = -\pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}$ à π près (voir P.32, 2).

Remarque : On peut à la place de la méthode trigonométrique utiliser la construction de Fresnel.

y_1 et y_2 sont représentés par des vecteurs de longueur a, faisant avec OX les angles

$$\varphi_1 = -\frac{2\pi d_1}{\lambda}. \quad \text{et} \quad \varphi_2 = -\frac{2\pi d_2}{\lambda}.$$



y est représenté par le vecteur $\overrightarrow{OR}$, y a pour équation

$$y = A \sin \left(2\pi \frac{t}{T} + \Phi\right),$$

A étant la longueur de $\overrightarrow{OR}$, Φ l'angle $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OR})$.

$$A = 2a \left|\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right| = 2a \left|\cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right| \quad \text{et} \quad \Phi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = -\pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}$$

(à π rd près) on retrouve les mêmes résultats.

❷ *Lignes d'amplitude maximale.*

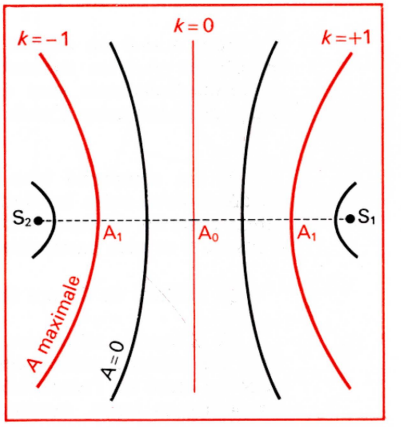
Cherchons le lieu géométrique des points qui ont un mouvement dont l'amplitude A est maximale.

$$A = 2a \left|\cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right|$$

A est maximale si $\cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \pm 1 \implies \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k\pi.$

$$\implies \boxed{d_2 - d_1 = k\lambda}$$

L'amplitude est maximale lorsque la différence de marche est égale à un multiple entier de longueur d'onde.



- Pour $k = 0$, $d_2 = d_1$: la médiatrice de S_1S_2 appartient au lieu : c'est la frange centrale.

- Pour $k = 1$, $d_2 - d_1 = \lambda$, cette relation définit une branche d'hyperbole de foyers S_1 et S_2.

- Pour $k = -1$, $d_1 - d_2 = \lambda$ cette relation définit l'autre branche de l'hyperbole précédente.

- Le lieu cherché est donc une famille d'hyperboles homofocales de foyers S_1 et S_2. Ces courbes sont appelées *lignes d'amplitude maximale.*

Chaque branche d'hyperbole est une *frange d'interférence.*

❸ *Lignes de repos.*

Lorsque l'amplitude A est nulle, le point est immobile, au repos. Il faut pour cela que

$$\cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 0 \implies \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \implies \boxed{d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}}$$

Un point est au repos lorsque la différence de marche est égale à un multiple impair de demi-longueur d'onde.

On montrera de même que les *lignes de repos* sont des hyperboles homofocales de foyers S_1 et S_2 qui s'insèrent entre les hyperboles à amplitude maximale.

REMARQUES

❶ Soit un point M à amplitude maximale par exemple, dire que $d_2 - d_1 = k\lambda$, veut dire que l'onde provenant de S_2 arrive en M, k périodes après l'onde provenant de S_1 : les deux ondes sont donc en phase et doublent leurs effets en se superposant.

❷ On peut attribuer à chaque frange un numéro appelé *ordre d'interférence* défini par $\frac{d_2 - d_1}{\lambda}$.

Les franges à amplitude maximale ont pour ordre $\ldots -2 -1\ \ 0 + 1 + 2 \ldots$.
Les franges à amplitude nulle ont pour ordre $\ldots -3/2 - 1/2 + 1/2 + 3/2 \ldots$.

❸ Le nombre de franges est limité.

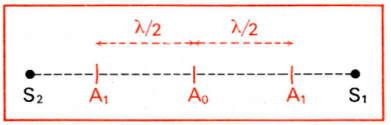
Cherchons par exemple comment se répartissent les sommets A des franges à amplitude maximale.

A étant entre S_1 et S_2 $\Rightarrow$ $d_2 + d_1 = S_1S_2$.

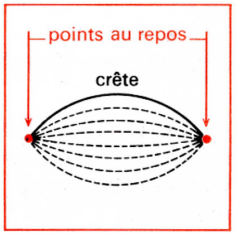
A faisant partie des lignes à amplitude maximale $\Rightarrow$ $d_2 - d_1 = k\lambda$.

On en déduit par addition des deux relations $d_2 = \frac{S_1S_2}{2} + k\frac{\lambda}{2}$.

Pour $k = 0$ on obtient A_0, pour $k = 1$ on obtient A_1; les sommets des franges à amplitude maximale sont donc équidistants d'une demi-longueur d'onde.



❹ On comprend bien maintenant pourquoi le liquide paraît soulevé entre les lignes de repos : en fait, le liquide vibre, mais les déplacements étant rapides, l'œil voit tout le « fuseau » et plus particulièrement la crête.



❺ L'étude de Φ sera faite en exercice.

❻ L'énergie vibratoire donnée par les sources S_1 et S_2 n'est pas répartie uniformément : l'énergie étant proportionnelle au carré de l'amplitude, on voit qu'elle est nulle pour les points au repos, maximale, pour les points à amplitude maximale.

3 GÉNÉRALISATION

• On dit que deux sources de mouvements sinusoïdaux de même période sont *synchrones*. Si ces deux sources synchrones conservent pendant une durée D un déphasage constant, on dit qu'elles sont *cohérentes*. D est appelée intervalle de cohérence.

Deux sources synchrones entretenues lancées avec un certain déphasage, le conservent : l'intervalle de cohérence peut être aussi grand que l'on veut.

• Pour obtenir une figure d'interférences stable, il faut superposer les ondes provenant de deux sources *synchrones*, *cohérentes*.

Si les sources ne sont pas entretenues, il faut que l'intervalle de cohérence soit suffisamment long pour permettre l'observation des franges : en effet, chaque changement de déphasage se traduit par un décalage des lignes de la figure d'interférence.

Vibrations forcées. Résonance P. 34

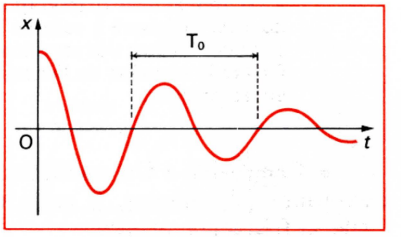
1 | LES CARACTÉRISTIQUES D'UN OSCILLATEUR

• Un *oscillateur* est un système qui peut osciller ou vibrer autour d'une position d'équilibre stable. *Exemple :* Pendule élastique, pendule pesant, lame vibrante (P. 10; P. 21, 3; P. 27, 2).

• Écarté de sa position d'équilibre, puis abandonné, en l'absence de frottements, l'oscillateur prend un mouvement périodique, dont la période, T_0, s'appelle la *période propre* de l'oscillateur.

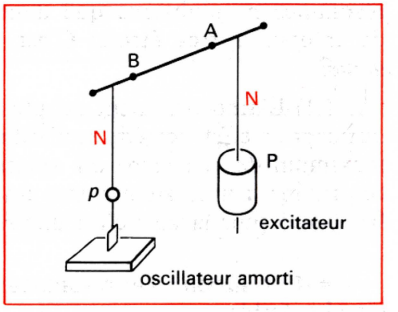
• Si les frottements ne sont pas excessifs, on observe un mouvement pseudo-périodique; l'intervalle de temps qui sépare deux passages successifs par la position d'équilibre est constant et pratiquement égal à $T_0/2$.

La diminution de l'amplitude est d'autant plus rapide que l'*amortissement* est plus grand. L'amortissement mesure, en quelque sorte, l'importance des frottements.



2 | OSCILLATIONS FORCÉES D'UN OSCILLATEUR TRÈS AMORTI

• **Expérience :** Un pendule massif, P entraîne, par l'intermédiaire d'un fil de torsion AB, un pendule plus léger *p*, amorti par une palette plongée dans l'eau. L'oscillateur *p* n'oscille pas à sa fréquence propre N_0, mais à celle, N, de l'excitateur P : il accomplit des *oscillations forcées*. Lorsque l'état de régime est atteint, l'amplitude de *p* est constante : le mouvement est *entretenu*. L'excitateur P fournit l'énergie dissipée par l'amortissement.



• De quoi dépend cette amplitude?

— Elle ne dépend pas de la période de P (donc de *p*). Toutefois si N est très supérieure à N_0, *p* ne suit plus les mouvements de P.

— Elle est proportionnelle à l'amplitude du mouvement de l'excitateur P.

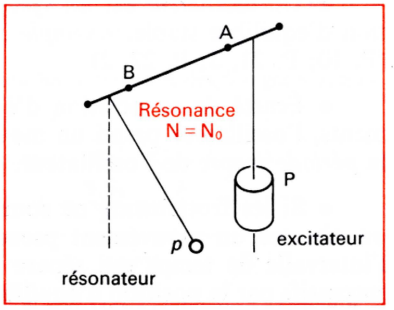
• **Conclusion :** Un oscillateur très amorti répond d'une manière *uniforme* aux excitations dont la fréquence n'est pas très supérieure à sa fréquence propre.

● **Applications :** Un haut-parleur, un écouteur téléphonique, doivent reproduire de la même façon les sons de fréquences différentes à partir des oscillations électriques, ce sont des oscillateurs amortis. Il en est de même pour le tympan de l'oreille.

3 | RÉSONANCE D'UN OSCILLATEUR PEU AMORTI

● Supprimons le dispositif d'amortissement de *p*. Pour une amplitude donnée de P, l'amplitude *a* de *p* est maximale lorsque la période de P est égale à celle de *p*. C'est le phénomène de la *résonance; p* est alors appelé un résonateur.

Lorsque N est différent de N_0, ou lorsque *p* est très amorti (paragraphe 2), l'amplitude de *p* est inférieure à celle de P; à la résonance elle peut lui être très supérieure. La résonance facilite le transfert de l'énergie de l'excitateur au résonateur.



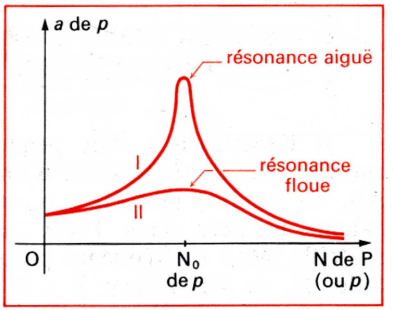
● **Conclusion :** Un oscillateur peu amorti répond d'une manière *sélective* aux excitations périodiques. Il entre en résonance lorsque la fréquence de l'excitation égale sa fréquence propre.

● ***Effet de l'amortissement.***

L'amplitude de P étant fixée, représentons celle de *p*, *a*, en fonction de la fréquence N de P (ou *p*).

(I) L'amortissement est très faible. La résonance ne s'observe que dans un intervalle de fréquence très étroit. C'est une *résonance aiguë*.

(II) L'amortissement est plus important, ce qui a pour effet de réduire l'amplitude de *p*, le maximum de la courbe est aplati. La résonance, moins nette, s'étale sur un intervalle de fréquence plus large : c'est une *résonance floue*.

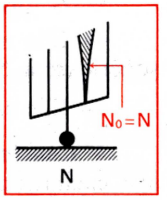


● **Conclusion :** Un résonateur est d'autant plus sélectif que son amortissement est plus faible.

● **Applications.**

— Fréquencemètre à lames : il est appliqué sur une paroi vibrant à la fréquence N. Seule la lame dont la fréquence propre N_0 égale N entre en résonance.

— Caisse de résonance d'un diapason (P 31, 2).



Ondes stationnaires P. 35

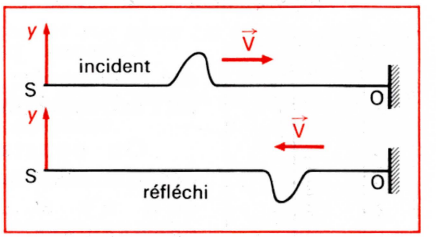
A) RÉFLEXION DES ONDES MÉCANIQUES

1 | RÉFLEXION SUR UN OBSTACLE FIXE

❶ *Ébranlement transversal.*

• Soit une corde tendue fixée en O à un obstacle indéformable (mur).

• On constate que l'ébranlement réfléchi change de sens. La célérité en module se conserve.

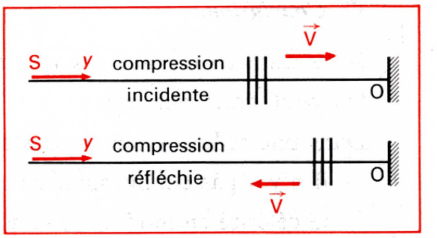


• Ce résultat se justifie facilement : repérons l'ébranlement par son élongation mesurée algébriquement sur l'axe orienté Sy. Sous l'action de l'élongation incidente y_i et de l'élongation réfléchie y_r, O doit rester fixe, d'où $y_i + y_r = 0$ $y_r = -y_i$

❷ *Ébranlement longitudinal.*

• Soit un ressort fixé en O à un obstacle fixe (ou une colonne gazeuse bouchée en O).

• La réflexion affecte en même temps l'élongation et la tension (ou pression pour le gaz).



• La spire (ou la tranche de gaz) située en O doit rester fixe sous l'action de l'élongation incidente y_i et de l'élongation réfléchie y_r, d'où $y_i + y_r = 0 \Longrightarrow y_r = -y_i$.

• L'expérience montre qu'à une compression incidente correspond une compression réfléchie, qu'à une dilatation incidente correspond une dilatation réfléchie.

❸ *Conclusion.*

Nous admettrons que ces résultats sont valables pour les vibrations. On peut donc énoncer :

Dans une réflexion sur un obstacle fixe indéformable :

— il y a changement de signe des élongations;

— la célérité en module se conserve;

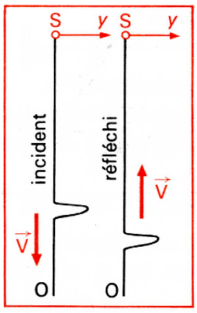
— à une compression incidente correspond une compression réfléchie (de même pour une dilatation).

REMARQUE

Dire qu'il y a changement de signe des élongations revient à dire que la vibration réfléchie prend sur l'obstacle fixe, par rapport à la vibration incidente, une différence de phase égale à π.

2 | RÉFLEXION SUR UN OBSTACLE MOBILE (milieu déformable)

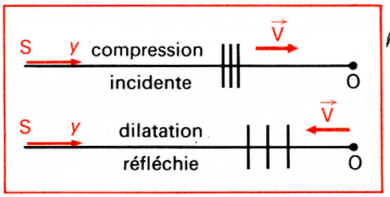
❶ *Ébranlement transversal.*



Laissons pendre une corde; O est l'extrémité libre.

On constate expérimentalement qu'il n'y a pas changement de signe des élongations.

❷ *Ébranlement longitudinal.*



Soit un ressort libre en O (ou une colonne gazeuse ouverte en O). L'expérience montre qu'il n'y a pas changement de signe des élongations, qu'à une compression incidente correspond une dilatation réfléchie, et inversement.

❸ *Conclusion.*

Nous admettrons que ces résultats sont valables pour les vibrations.

On peut donc énoncer :

Dans une réflexion sur un obstacle mobile (déformable) :

— il n'y a pas changement de signe des élongations;

— la célérité en module se conserve;

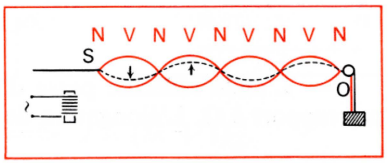
— à une compression incidente correspond une dilatation réfléchie et inversement.

REMARQUE

Nous avons supposé que la direction de propagation incidente était confondue avec la direction de propagation réfléchie : ceci est évident le long d'une corde, d'un ressort. Pour les fluides, il faut que les ondes soient planes et que l'obstacle soit parallèle au front des ondes. Dans le cas général, les lois précédentes doivent être complétées.

B) ONDES STATIONNAIRES

1 | EXPÉRIENCE DE MELDE



• Un fil, attaché à une lame vibrante, passe sur une poulie et est tendu par un poids P.

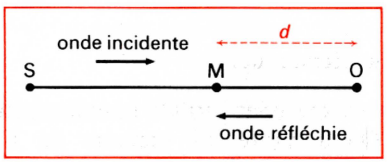
• Pour une position convenable de la poulie, on voit se dessiner (en éclairage normal) un ou plusieurs fuseaux *fixes*. Aux parties renflées appelées *ventres*, les points de la corde vibrent avec une amplitude maximale. Les points immobiles sont appelés *nœuds*. On constate de plus que les ventres et les nœuds sont *équidistants*. L'extrémité fixe de la corde est évidemment un nœud; la source S se confond pratiquement avec un nœud.

• Stroboscopons, de manière à observer le mouvement ralenti de la corde. Nous voyons une sinusoïde s'aplatir, puis se gonfler *sur place :* c'est une *onde stationnaire*.

Entre deux nœuds consécutifs, les points de la corde vibrent en phase, de part et d'autre d'un nœud ils vibrent en opposition de phase.

2 | INTERPRÉTATION DE CETTE EXPÉRIENCE

1 *Élongation d'un point de corde.*



• Une onde incidente se propage sur la corde jusqu'à son extrémité O, où elle se réfléchit. Les ondes incidentes et réfléchies *interfèrent :* c'est là l'origine du phénomène d'ondes stationnaires.

Pour simplifier nous n'étudierons la superposition que de deux ondes : l'incidente venant de S et sa réfléchie en O qui retourne vers S.

• O doit rester immobile sous l'action de l'onde incidente et de l'onde réfléchie.

— S'il n'y avait que l'onde incidente, l'élongation de O, par un choix convenable de l'origine des temps, serait égale à :

$$y_{oi} = a \sin \frac{2\pi t}{T}$$ T étant la période de la vibration émise par S.

— S'il n'y avait que l'onde réfléchie, l'élongation de O serait :

$$y_{or} = -a \sin \frac{2\pi t}{T}$$

● Étudions le mouvement d'un point M situé à la distance d de O.

— L'onde incidente passe d'abord par M puis par O; l'élongation qu'elle produit en M est donc en *avance* sur celle de O. Soit V la célérité des ébranlements transversaux le long de la corde, la longueur d'onde λ est égale à $\lambda = VT$.

L'élongation de M, due à l'onde incidente seule, est :

$$y_{M,i} = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{d}{\lambda}\right)$$

— L'onde réfléchie passe d'abord par O, puis par M qui est donc en *retard* par rapport à O. L'élongation de M, due à l'onde réfléchie seule, est :

$$y_{M,r} = -a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right)$$

— Sous l'action des deux ondes, d'après le principe de la superposition des petits mouvements

$$y_M = y_{M,i} + y_{M,r}$$

d'après $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$.

$$\boxed{y_M = 2a \sin 2\pi\frac{d}{\lambda} \cos \frac{2\pi t}{T}}$$

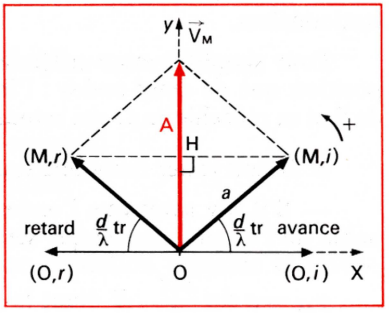
L'amplitude est : $A = 2a\left|\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}\right|$

● **Remarque.**

On peut utiliser la construction de Fresnel. On a figuré les vecteurs de Fresnel de y_{oi}; y_{or}; y_{Mi}; et de y_{Mr}.

Les vecteurs (notés M, i et M, r) représentant y_{Mi} et y_{Mr} sont symétriques par rapport à $\overrightarrow{Oy}$: le vecteur $\overrightarrow{V_M}$ représentant y est donc perpendiculaire à $\overrightarrow{OX}$. Dans le losange

$$A = 2OH = 2a\left|\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}\right|$$



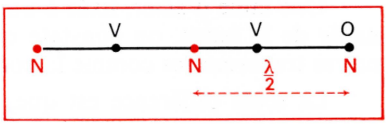
Remarquons dans cette figure $\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}$ est $> o$: $\overrightarrow{V_M}$ fait $+\frac{\pi}{2}$ axe $\overrightarrow{ox}$

si $\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}$ était $< o$: $\overrightarrow{V_M}$ ferait $-\frac{\pi}{2}$ avec $\overrightarrow{ox}$

❷ *Amplitude.*

Tous les points de corde sont animés de mouvements vibratoires sinusoïdaux de même période T, d'amplitude A différente.

— L'amplitude A est nulle (nœuds) pour $\sin \frac{2\pi d}{\lambda} = 0 \implies 2\pi \frac{d}{\lambda} = k\pi \quad d = k\frac{\lambda}{2}$.



— L'amplitude A est maximale (ventres) pour $\left|\sin \frac{2\pi d}{\lambda}\right| = 1 \implies \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \implies d = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$.

En conclusion : les nœuds (ou les ventres) sont équidistants d'une demi-longueur d'onde.

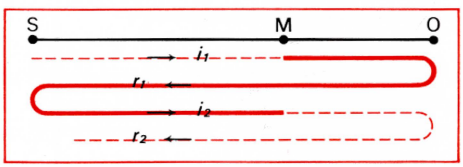
❸ *Phase.* $y_M = 2a \sin 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$.

Tous les points pour lesquels $\sin 2\pi \frac{d}{\lambda} > 0$ ont la même phase initiale $\frac{\pi}{2}$; tous les points pour lesquels $\sin \frac{2\pi d}{\lambda} < 0$ ont la même phase initiale $-\frac{\pi}{2}$ (voir dernière remarque du ❶, cela revient d'ailleurs à dire qu'en prenant $A = 2a \left|\sin 2\pi \frac{d}{\lambda}\right|$ la phase $\frac{\pi}{2}$ est définie à π près). Comme $\sin \frac{2\pi d}{\lambda}$ s'annule pour les nœuds en changeant de signe, on en déduit : tous les points du milieu vibrent en phase (points d'un même fuseau) ou en opposition (points de part et d'autre d'un nœud).

❹ *Insuffisance de l'étude.*

On n'a pas tenu compte des réflexions multiples, l'onde réfléchie en O se réfléchit en S, puis de nouveau en O ...

Ce n'est que lorsque l'autre extrémité S est un nœud que l'on observe des ondes stationnaires stables et nettes. La longueur l de la corde SO doit donc être telle que $l = k\lambda/2$.



Supposons ce réglage fait :

$y_M = y_{M,i_1} + y_{M,r_1} + y_{M,i_2} + y_{M,r_2} + \ldots$

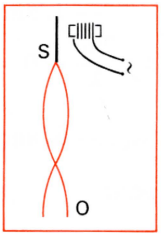
y_{M,i_2} est en phase avec y_{M,i_1} : il y a deux changements de signe en O et en S qui se compensent, d'autre part la distance parcourue est 2 fois la longueur de la corde, c'est-à-dire $k\lambda$. y_{M,i_2} renforce donc y_{M,i_1}. De même y_{M,r_2} renforce y_{M,r_1}... En conclusion :

— L'amplitude aux ventes est donc très supérieure à $2a$, ce phénomène d'amplification est une *résonance*. La condition de résonance est $l = k\lambda/2$. S'il n'y avait pas amortissement, l'amplitude serait infinie.

— Notre théorie simplifiée donne donc bien la position des nœuds et ventres à la résonance.

3 | AUTRES EXEMPLES

❶ *Lame d'acier ayant une extrémité libre.*

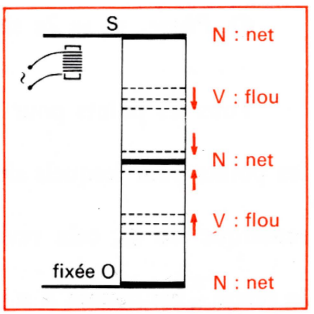


Une lame d'acier, fixée à un vibreur. Pour une longueur convenable de la barre, on constate qu'elle est le siège d'ondes stationnaires transversales comme la corde de l'expérience précédente.

La seule différence est que, à l'extrémité O, qui est libre, on observe un *ventre*.

Pour la théorie : il n'y a pas de changement de signe de l'élongation en O.

❸ *Vibrations longitudinales.*



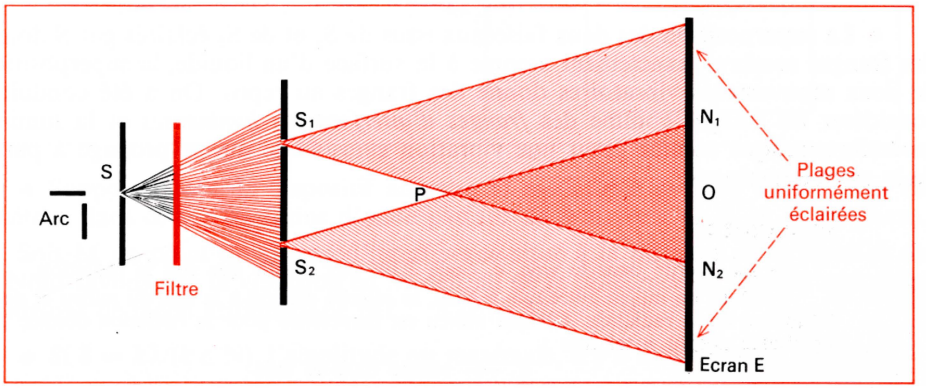
• L'une des extrémités d'un ressort à boudin est fixée en S à un vibreur, l'autre extrémité O est fixe. Pour une position convenable de O, on voit une succession de spires nettes, immobiles, définissant les nœuds d'élongation, des zones floues où les spires vibrent avec une amplitude appréciable : les ventres d'élongation.

Là encore ventres et nœuds sont équidistants.

• Stroboscopons de manière à observer le mouvement ralenti des spires du ressort. Les spires de deux ventres successifs vibrent en opposition de phase, il en résulte que les nœuds sont alternativement comprimés et distendus. Par contre, au ventre l'écartement des spires reste invariable : elles se déplacent en bloc. Les nœuds d'élongation (ou de vibration) sont des ventres de pression et réciproquement.

Interférences lumineuses P. 36

1 | EXPÉRIENCE D'YOUNG

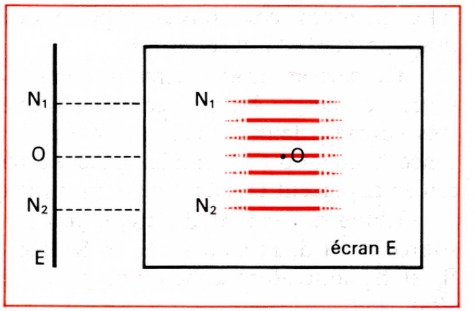


• Une source lumineuse éclaire un trou S suffisamment fin pratiqué dans une feuille opaque; le trou S reçoit la lumière et la renvoie dans un cône de sommet S; on dit qu'il y a eu *diffraction* de la lumière. S devient une source lumineuse ponctuelle.

• Un verre coloré (filtre) permet d'éclairer en *lumière monochromatique* deux autres trous très fins S_1 et S_2, assez rapprochés.

• La lumière monochromatique est à nouveau diffractée par S_1 et S_2. Supposons que les deux faisceaux diffractés issus de S_1 et S_2 possèdent une partie commune (PN_1N_2 en coupe).

• Coupons cette partie commune par un écran E parallèle à S_1 S_2. On voit sur cet écran, entre deux plages pratiquement uniformément éclairées, une zone N_1N_2 constituée de bandes ou *franges*, alternativement brillantes et obscures, *parallèles*, *équidistantes*, *orthogonales* à S_1 S_2.



• On peut éloigner, ou rapprocher l'écran, tant qu'il coupe la zone commune aux deux faisceaux; on observe des franges plus ou moins espacées, plus ou moins nombreuses : on dit que les *franges ne sont pas localisées.*

• Si on cache l'un des trous, on observe sur l'écran une plage pratiquement uniformément éclairée : les franges disparaissent donc.

• Si on éclaire S_1 avec une source monochromatique et S_2 avec une *autre* source monochromatique *identique* à la précédente, on n'observe pas de système de franges, mais un éclairement uniforme.

2 | INTERPRÉTATION

1 *C'est une expérience d'interférences.*

• La superposition des deux faisceaux issus de S_1 et de S_2 éclairés par S donne des franges sombres, exactement comme à la surface d'un liquide, la superposition de deux mouvements vibratoires donne des franges au repos. On a été conduit à considérer les franges comme des *franges d'interférences lumineuses* et la lumière monochromatique comme étant une vibration sinusoïdale qui se propage à partir de la source lumineuse.

REMARQUES

— La célérité dans le vide, c, égale 3.10^8 m/s, quelle que soit la radiation.

— Dans un milieu autre que le vide, la célérité dépend à la fois du milieu et de la fréquence de la radiation. Chaque milieu est caractérisé pour la radiation donnée par un indice absolu n tel que :

$$n = \frac{c}{V} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ vitesse dans le vide} \\ \rightarrow \text{ vitesse dans le milieu} \end{array}$$

— Pour chaque milieu et chaque radiation, on définit une longueur d'onde $\lambda = VT$, T période de la radiation. Quand on donne la longueur d'onde d'une radiation sans préciser le milieu, on sous-entend dans le vide (ou l'air de façon approchée). Exemple : l'œil humain est sensible aux radiations dont la longueur d'onde est comprise entre 0, 4 μ (violet extrême) et 0,8 μ (rouge extrême).

— Nous n'avons pas besoin pour interpréter l'expérience d'interférences lumineuses de savoir que la vibration est transversale (voir P.38), que la vibration dans le cadre de la théorie électromagnétique s'identifie à un vecteur champ électrique (voir P.45).

• Nous avons vu (P. 33) que, pour obtenir une figure d'interférence stable, il faut que les deux sources soient synchrones et de plus cohérentes (déphasage constant) pendant une durée (appelée intervalle de cohérence), suffisamment longue pour permettre l'observation.

De part la nature même de l'émission lumineuse (lorsqu'un électron passe d'un niveau d'énergie à un niveau plus faible, il y a émission d'un train d'onde de durée très courte), deux sources à incandescence synchrones ont des intervalles de cohérence beaucoup trop faibles pour permettre l'observation des figures d'interférence qui se déplacent constamment : on dit que les deux sources sont incohérentes.

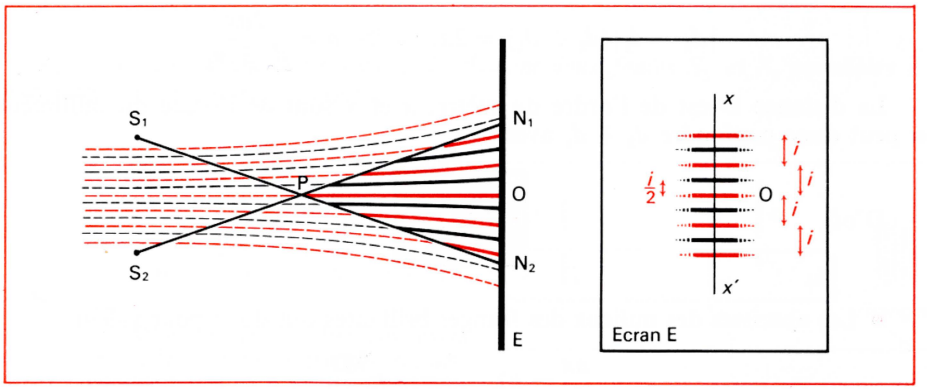
L'une des façons d'obtenir des interférences observables est de dédoubler une source S en deux sources S_1 et S_2 liées par un déphasage constant dû à l'appareil. S_1 et S_2 sont alors cohérentes pendant un intervalle de cohérence aussi long que l'on veut.

REMARQUE

— Dans l'expérience d'Young, S est sur la médiatrice de S_1S_2, S_1 et S_2 sont en phase.

— Il existe des sources spéciales : les *lasers*. Deux lasers identiques sont des sources lumineuses cohérentes donnant facilement des interférences.

❷ *Étude du champ d'interférences.*



• Supposons que le dispositif admette la médiatrice de S_1S_2 comme axe de symétrie; dans ce cas les trains d'onde partant de S arrivent en S_1 et S_2 en phase.

Soit M un point du champ d'interférence situé à la distance d_1 de S_1 et d_2 de S_2. Nous savons que la vibration en M dépend de la différence de marche que nous définissons de façon arithmétique par : $\delta = |S_2M - S_1M|$.

• Si $\delta = k\lambda$ ($k \in \mathbb{N}$), l'amplitude est maximale, il y a maximum de lumière.

Si $\delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$, l'amplitude est nulle, il y a obscurité.

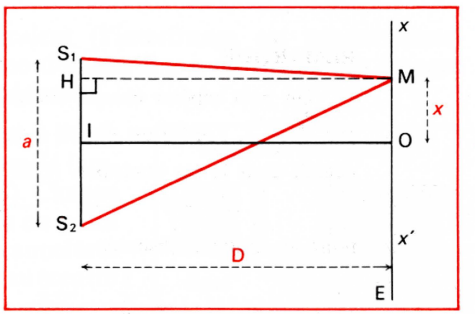
— Dans le plan de la figure, ces deux conditions définissent deux familles d'hyperboles homofocales de foyers S_1 et S_2 qui s'intercalent.

— Dans l'espace, ces deux conditions définissent des surfaces de révolution autour de la droite S_1S_2 (des *hyperboloïdes*). Ces hyperboloïdes sont limités par le champ d'interférence.

— Sur l'écran on observe l'intersection de ces hyperboloïdes avec le plan de l'écran, ce qui donne en toute rigueur des portions d'hyperboles. En fait le champ étant peu étendu, on assimilera ces portions d'hyperboles à des segments de droite orthogonaux à S_1S_2 : ce sont les franges brillantes (intensité maximale) et les franges obscures (intensité minimale).

❸ *Interfrange.*

• Déterminons la position des franges sur l'écran E en calculant leurs abscisses $OM = x$, mesurées arithmétiquement sur la droite $x'Ox$. Soit a l'écartement des sources, et D la distance des sources à l'écran.



• Évaluons la différence de marche δ en appliquant au triangle S_1S_2M le théorème de la médiane

$$|S_2M^2 - S_1M^2| = 2S_1S_2 \cdot IH$$

(I milieu de S_1S_2, H pied de la hauteur issue de M). Comme IH = OM :

$$|d_2 - d_1|(d_2 + d_1) = 2ax \implies \delta = \frac{2ax}{d_2 + d_1}$$

La distance D est de l'ordre du mètre, a et x sont de l'ordre du millimètre; on peut donc confondre $d_2 + d_1$ avec 2D.

D'où $\boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

- Les abscisses des milieux des franges brillantes ont donc pour valeur

$$\frac{ax}{D} = k\lambda \qquad x = k\frac{\lambda D}{a}$$

Pour $k = 0$, $x = 0$, la *frange centrale est brillante.*

Ensuite, de part et d'autre de O, se répartissent des franges brillantes à des distances $\frac{\lambda D}{a}(k = 1)$, $\frac{2\lambda D}{a}(k = 2)$ ...

- Les abscisses des milieux des franges obscures ont pour valeur

$$\frac{ax}{D} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \implies x = \left(\frac{2k + 1}{2}\right)\frac{\lambda D}{a}.$$

Les franges sombres se répartissent donc de part et d'autre de O à des distances

$$\frac{\lambda D}{2a}(k = 0), \qquad \frac{3\lambda D}{2a}(k = 1) \cdots$$

- En conclusion : les franges de même nature sont équidistantes de $\frac{\lambda D}{a}$.

Cette équidistance s'appelle l'interfrange $\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$

REMARQUE

On peut repérer chaque frange par un numéro appelé ordre d'interférence défini par $\frac{d_2 - d_1}{\lambda}$, l'ordre est positif si la frange est du côté de $S_1(d_2 > d_1)$ par rapport à O, négatif dans le cas contraire. Ainsi pour les franges brillantes, l'ordre a pour valeur :

$$\ldots \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad O \quad +1 \quad +2 \quad +3 \quad \ldots$$

pour les franges obscures :

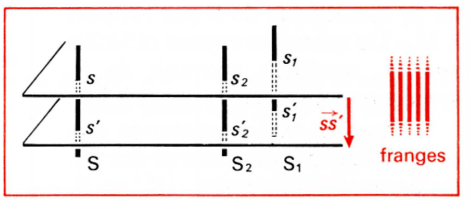
$$\ldots \quad -\frac{5}{2} \quad -\frac{3}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad +\frac{1}{2} \quad +\frac{3}{2} \quad +\frac{5}{2} \quad \ldots$$

3 | GÉNÉRALISATION

1 ***Utilisation d'une fente source S éclairant deux fentes S_1 et S_2 parallèles à S*** (dispositif dit des fentes d'Young).

Considérons des fentes très fines. A tout point s de S, on peut associer deux points s_1 et s_2 de S_1 et S_2 donnant leur système de franges. De même au point s' correspondent s'_1 et s'_2 donnant un système de franges translaté de $\overrightarrow{ss'}$.

D'où : les franges dues aux divers points de fente se superposent, on gagne en luminosité sans perdre en netteté.



2 ***Interférences en lumière blanche.***

● Si la source S donne de la lumière blanche, on observe une figure d'interférences plus complexe :

— la frange centrale est une frange blanche;

— de part et d'autre, symétriquement on observe quelques franges brillantes fortement irisées et quelques franges sombres (non noires);

— pour des différences de marche un peu plus grandes, la teinte semble uniforme d'un blanc impur : cette teinte est appelée *blanc d'ordre supérieur*.

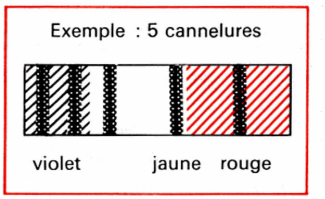
● *Interprétons rapidement.* La lumière blanche est constituée par un mélange de toutes les radiations visibles, c'est-à-dire dont les longueurs d'onde s'étalent entre 0,4 μ et 0,8 μ.

Nous admettrons que chaque rayonnement se comporte comme s'il était seul, et donne son système de franges. L'éclairement de l'écran résulte de la superposition des systèmes de franges donnés par chaque couleur.

Au centre de la frange centrale, la différence de marche est nulle pour toutes les radiations, toutes les couleurs ont une intensité maximale, leur superposition donne du blanc pur.

Ensuite les systèmes de frange se décalent (l'interfrange est proportionnel à la longueur d'onde), à partir d'une certaine distance il y a confusion des franges en une teinte grisâtre : blanc d'ordre supérieur.

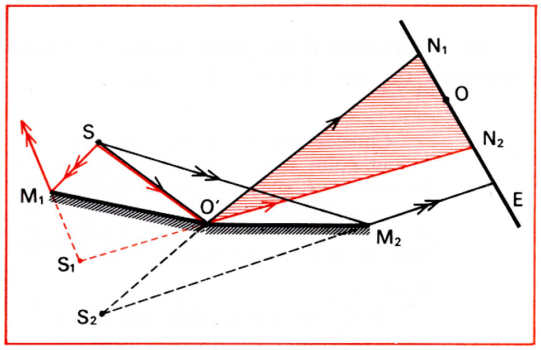
Si on analyse le blanc d'ordre supérieur à l'aide d'un spectroscope, on obtient un *spectre cannelé* (arc-en-ciel coupé de raies obscures ou cannelures). Chaque cannelure correspond à une radiation éteinte au point considéré. Le nombre et la position des cannelures dans le spectre dépendent de la distance au centre de l'écran.



❸ *Autre exemple d'interférences non localisées : les miroirs de Fresnel.*

Deux miroirs-plans ont une arête O′ commune et font entre eux un angle α très faible (quelques minutes). Les rayons réfléchis sur M_1 semblent après réflexion venir de S_1 symétrique de S par rapport à M_1. De même les rayons réfléchis sur M_2 semblent provenir de S_2 symétrique de S par rapport à M_2.

Dans la partie commune aux deux faisceaux, on observe des interférences lumineuses : S_1 et S_2 sont deux sources synchrones et en phase.



❹ *Franges localisées.*

Les teintes irisées qu'on observe sur une bulle de savon, à la surface d'une flaque d'eau recouverte d'une pellicule d'huile... sont des franges d'interférences localisées.

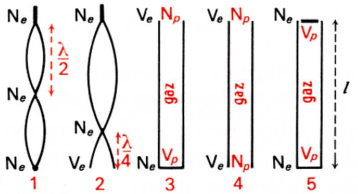
Des appareils à franges localisées permettent de déceler de très faibles variations de longueur : on les utilise pour les mesures de longueurs de haute précision.

TABLEAU RÉCAPITULATIF SUR LES ONDES STATIONNAIRES

CONDITIONS DE RÉSONANCE

Un obstacle impose un nœud d'élongation N*e*.
Une extrémité libre impose un ventre d'élongation V*e*.
Pour les vibrations longitudinales, les variations d'élongation et de pression sont en quadrature.

Soient des cordes ou des tuyaux sonores de longueur l



* si extrémités de même nature (1,4 et 5) $l = k\frac{\lambda}{2}$ k entier positif

$$l = k\frac{V}{2N} \Longrightarrow \boxed{N = \frac{kV}{2l}}$$

* si extrémités de nature différente (2 et 3) $l = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

$$l = \frac{(2k+1)V}{4N}$$

$$\Longrightarrow \boxed{N = \frac{(2k+1)V}{4l}}$$

Les oscillations peuvent être libres : elles sont dans ce cas rapidement amorties. Ex. : si on pince ou si on frappe une corde, elle vibre à l'une (ou à plusieurs en même temps) des fréquences *propres* N calculées ci-dessus. En fait, on obtient surtout le système d'ondes stationnaires le plus simple dit *fondamental* (la fréquence du fondamental s'obtient en faisant $k = 1$).

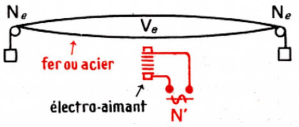
Très souvent les vibrations sont forcées : la corde (ou le tuyau sonore) entre en *résonance* avec un *excitateur* (ex. : vibreur, embouchure...) : il y a résonance si la fréquence de l'excitateur est égale à l'une des fréquences propres N calculées ci-dessus.

ÉTUDE DE QUELQUES EXCITATEURS DE CORDES VIBRANTES

L'excitateur impose à la corde une fréquence N que nous allons évaluer. Il faut bien sûr satisfaire aux conditions de résonance en changeant la tension ou la longueur de la corde.

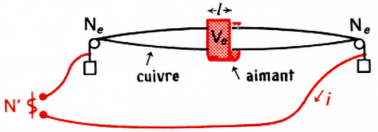
Le diapason de fréquence N′ impose à la corde, directement, des vibrations transversales de même fréquence

N = N′ → diapason.



La corde est attirée à chaque alternance (le fer est attiré aussi bien par la face nord que la face sud de l'électro-aimant). Par suite la corde vibre à une fréquence N double de la fréquence du courant N′

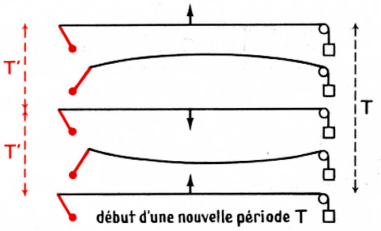
N = 2N′ → courant.



La force $\vec{f}$ est perpendiculaire à l'induction $\vec{B}$ et à l'intensité

$f = ilB$ (l étant la longueur du fil baigné dans l'induction) avec $i = I_m \sin 2\pi N' t$: la force agite donc la corde à la fréquence N′.

N = N′ → courant.



La lame est placée perpendiculairement à la corde qui vibre transversalement. Soit T la période de la corde, T′ la période de la lame. Chaque période T, la corde se tend deux fois (en montée et en descente).

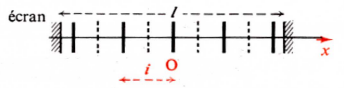
La corde se tend à chaque fois que la lame est le plus à gauche, ce qui se produit tous les temps T′. Donc $T = 2T'$, c'est-à-dire $N = \frac{N'}{2}$ → lame. Si la lame est excitée par un électro-aimant

$N' = 2N''$ → courant

d'où $N = N''$ → courant.

COMPARAISON INTERFÉRENCES MÉCANIQUES ET INTERFÉRENCES LUMINEUSES

Définition : pour obtenir une figure d'interférences stable, il faut superposer des vibrations provenant de deux sources synchrones (même période) cohérentes (déphasage constant). Nous supposerons les deux sources S_1 et S_2 en phase.

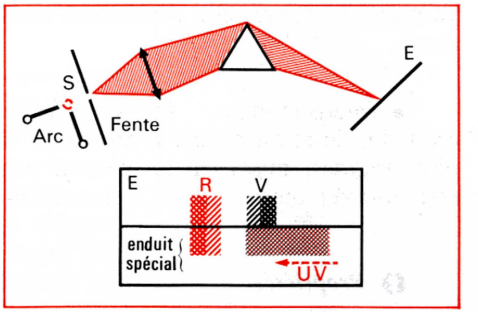
Notations voir P.33 et P.36	Interférences mécaniques	Interférences lumineuses (en lumière monochromatique)
Réalisation des sources cohérentes S_1 et S_2	Il suffit d'exciter la surface du liquide par deux pointes reliées par une fourche mise en mouvement par un vibreur entretenu.	Mis à part les lasers, on ne peut utiliser deux sources matérielles indépendantes. On peut dédoubler une source en deux sources images S_1 et S_2.
Lieu des points à amplitude maximale	$\lvert d_2 - d_1 \rvert = k\lambda \quad k \in \mathbf{N}$ Ce sont des hyperboles de foyers S_1 et S_2.	Ce sont des hyperboloïdes de révolution autour de S_1S_2, de foyers S_1 et S_2.
Lieu des points à amplitude nulle	$\lvert d_2 - d_1 \rvert = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k \in \mathbf{N}.$ Ce sont des hyperboles de foyers S_1 et S_2 intercalées entre les précédentes.	Ce sont des hyperboloïdes intercalés entre les précédents.
Qu'appelle-t-on franges?	Chaque branche d'hyperbole est une frange. On observe directement les franges à la surface de l'eau.	Pour observer les interférences, on coupe par un écran : les intersections des hyperboloïdes avec l'écran sont des segments de droites parallèles, perpendiculaires à S_1S_2 : ce sont les franges.
Différence de marche	Calcul direct à partir de d_2 et d_1.	Pour un point de l'écran $\delta = \frac{ax}{D}$.
Répartition des franges	On étudie la répartition des sommets des franges sur S_1S_2. Soit O la frange centrale à amplitude maximale. Les sommets des franges à amplitude maxi ont pour abscisse $x = k\lambda/2$, les franges à amplitude nulle $x = (2k+1)\lambda/4 \quad k \in \mathbf{Z}$: « l'intersommet » est $\lambda/2$.	On étudie la répartition des franges sur l'écran : soit l la largeur du champ.  Soit O la frange centrale brillante. Les franges brillantes ont pour abscisse $x = ki$. Les franges sombres : $x = (2k+1)\frac{i}{2} \quad k \in \mathbf{Z}$ L'interfrange est $i = \frac{\lambda D}{a}$.
Calcul du nombre de franges	*Franges à amplitude maxi :* $x = k\lambda/2$ avec $-\frac{S_1S_2}{2} \leqslant x \leqslant +\frac{S_1S_2}{2}$ s'il y a égalité : S_1x' et S_2x sont des franges de la famille. On en tire les diverses valeurs de $k \in \mathbf{Z}$. *Nombre total de franges :* recommencer avec $x = k\frac{\lambda}{4} \ldots$	*Franges brillantes :* $x = ki.$ $-\frac{l}{2} \leqslant x \leqslant \frac{l}{2}$ avec égalité : il est possible de concevoir des franges juste en bordure de champ. On en tire les diverses valeurs de $k \in \mathbf{Z}$. *Nombre total :* recommencer avec $x = ki/2 \ldots$
Numérotation des franges	On attribue à chaque frange le numéro $\frac{d_2 - d_1}{\lambda}$ appelé ordre ampli maxi $\ldots -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \ldots$ ampli nulle $\ldots -3/2 \quad -1/2 \quad +1/2 \quad +3/2 \ldots$	

Ultraviolet et infrarouge P. 37

1 | LES RADIATIONS ULTRAVIOLETTES

❶ *Mise en évidence.*

• **Expérience.** A l'aide d'une lentille et d'un prisme de quartz, on produit le spectre de la lumière émise par un arc électrique sur un écran E, dont la partie inférieure est recouverte d'un enduit au platino-cyanure de baryum. On observe sur la partie supérieure le spectre de la lumière blanche allant du rouge (R) au violet (V). Sur l'enduit, les radiations violettes produisent une fluorescence verte, cette fluorescence se prolonge au-delà du violet.



• **Interprétation.** On sait que la longueur d'onde des radiations visibles décroît du rouge au violet. L'arc émet en outre des radiations de longueurs d'onde plus courtes, que l'œil ne perçoit pas, mais qui excitent la fluorescence du platino-cyanure de baryum. Ces radiations invisibles sont dites *ultraviolettes.*

❷ *Propriétés.*

• **Propriétés de la lumière.** On observe avec les radiations U.V. les phénomènes optiques classiques : réflexion, réfraction (elles sont déviées et dispersées par le prisme), diffraction (par la fente S), interférences. Ce dernier permet de mesurer leurs longueurs d'onde, approximativement :

$$100\ \text{Å} < \lambda < 0{,}4\ \mu$$

• **Absorption.** Le verre est opaque pour l'U.V. (nécessité d'une optique en quartz).

• **Effets chimiques.** L'U.V. est très actif, il provoque les réactions photochimiques. Exemple : synthèse de l'hexachlorure de benzène (chimie. C. 18,2).

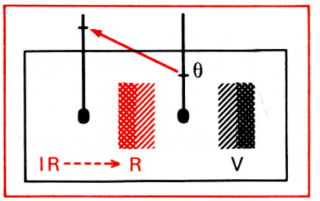
Application : impression des émulsions photographiques.

• **Effets lumineux.** L'U.V. excite la fluorescence de certaines substances telles que la fluorescéine, le platino-cyanure de baryum.

• **Effets biologiques.** L'U.V. tue les micro-organismes (stérilisation). Il provoque la pigmentation de la peau.

2 | LES RADIATIONS INFRAROUGES

❶ *Mise en évidence.*



● **Expérience.** On explore le spectre de la lumière émise par un arc électrique à l'aide d'un thermomètre sensible, dont le réservoir est recouvert de noir de fumée (le dispositif optique est le même que précédemment).

La température croît lorsqu'on déplace le réservoir vers le rouge, elle continue à croître au-delà du rouge.

● **Interprétation.** On sait que la longueur d'onde des radiations visibles croît du violet au rouge. L'arc émet, en outre, des radiations de longueurs d'onde plus grandes, que l'œil ne perçoit pas, mais qui chauffent, par rayonnement, le réservoir du thermomètre. Ces radiations invisibles sont dites *infrarouges*.

❷ *Propriétés.*

● **Propriétés de la lumière.** On observe avec les radiations I.R. les phénomènes optiques classiques : réflexion, réfraction (elles sont déviées et dispersées par le prisme), diffraction (par la fente S), interférences. Ce dernier permet de mesurer leurs longueurs d'onde; approximativement :

$$0{,}8\ \mu < \lambda < 0{,}5\ \text{mm}$$

● **Absorption.** Si $\lambda > 3\mu$, le verre est opaque.

● **Effets calorifiques.** L'absorption des radiations s'accompagne d'un échauffement : le chauffage par rayonnement se fait essentiellement par l'I.R. Il faut noter que tout corps chaud, incandescent ou non, émet de l'I.R. Application : radiateurs.

● ***Remarque.***

Les effets chimiques et lumineux sont peu marqués, les photons (P.49) de ces radiations de longueurs d'onde relativement grandes ont moins d'énergie que les photons U.V.

Polarisation de la lumière P. 38

1 | POLAROID

Un polaroïd est une lame transparente constituée par de petits cristaux (d'iodure de quinine par exemple) fixés dans un film.

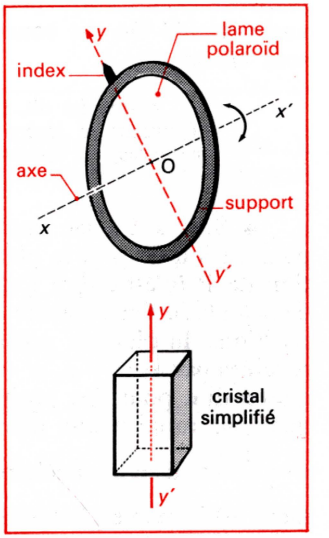
Ces cristaux sont rangés de telle sorte que leurs faces homologues soient parallèles, autrement dit, ils sont orientés de la même façon dans leur enrobage transparent.

Cette disposition détermine dans la lame une direction privilégiée yy' correspondant à un élément de symétrie des cristaux. La forme des cristaux est, en fait plus complexe que celle qui est figurée ici.

Un index, sur le bord du polaroïd, repère cette direction yy'.

Sur son support, le polaroïd peut tourner sur lui-même, autour de l'axe xx'.

Le plan (ox, oy), appelé *plan de polarisation* tourne en même temps, il est repéré par l'index.

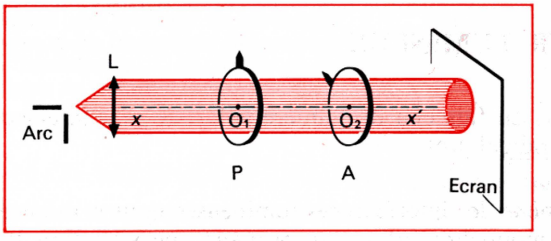


2 | EXPÉRIENCE

1 ***Montage.***

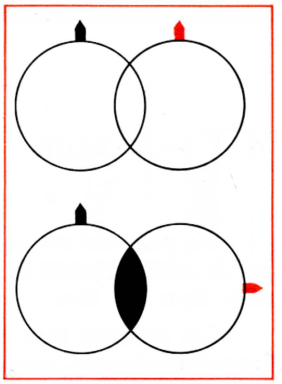
La lumière émise par un arc traverse une lentille L qui donne un faisceau de rayons parallèles à une direction xx'.

Ce faisceau traverse deux polaroïds mobiles autour de l'axe xx', appelons provisoirement P et A ces deux polaroïds.



2 ***Expérience.***

Faisons tourner le polaroïd A autour de xx', on remarque que l'éclairement de la tache sur l'écran varie.

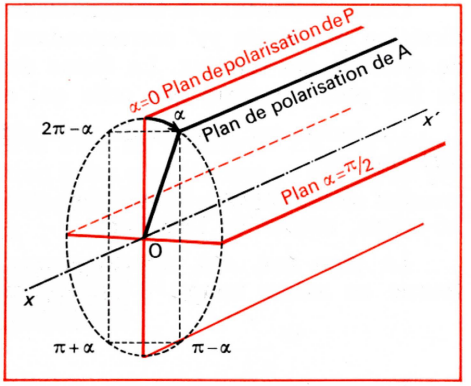


• L'éclairement est *maximal* lorsque A et P ont leurs plans de polarisation confondus (les index sont alors parallèles).

• L'éclairement est *nul* lorsque A et P ont leurs plans de polarisation perpendiculaires (les index sont à angle droit). On dit souvent, dans ce cas, que A et P sont *croisés*.

Autrement dit, l'ensemble (A, P) est transparent (en négligeant la légère absorption) quand les index sont parallèles, est opaque lorsque les index sont croisés.

• Soit α l'angle entre le plan de polarisation de A et le plan de polarisation de P (c'est-à-dire l'angle entre les deux index). On constate que pour des positions du plan de polarisation de A repérées par α, $\pi - \alpha$, $\pi + \alpha$ et $2\pi - \alpha$, c'est-à-dire pour des positions symétriques par rapport aux plans définis par $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha = 0$, l'éclairement de la tache est le même : la lumière qui sort du polaroïd P admet donc ces deux plans de symétrie perpendiculaires (plan de polarisation de P et le plan perpendiculaire) : on dit qu'elle est *polarisée*.



• Si l'on retire le polaroïd P, l'éclairement de la tache reste invariable, quelle que soit l'orientation de l'analyseur A, la lumière qui sort de la lentille L et de l'arc n'est pas polarisée, on dit que c'est de la *lumière naturelle*. Le polaroïd P qui a transformé de la lumière naturelle en lumière polarisée est appelé *polariseur*. Le polaroïd A qui met en évidence la polarisation est appelé *analyseur*.

3 | VECTEUR LUMINEUX

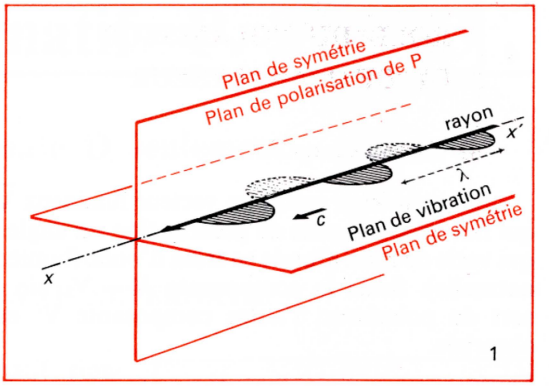
• Tout rayon du faisceau de lumière polarisée est l'intersection de deux plans de symétrie perpendiculaires.

• Le phénomène des interférences lumineuses nous a montré que le long d'un rayon de lumière monochromatique se propage une vibration lumineuse.

● Pour chaque rayon de lumière polarisée, l'existence de deux plans de symétrie nous permet de conclure que cette vibration ne peut être :

— ni une grandeur scalaire analogue à la pression dans l'air transmettant un son;

— ni un vecteur porté par le rayon, analogue au vecteur élongation des vibrations mécaniques longitudinales.



1

Nous admettrons que dans les milieux transparents usuels (air, verre, vide...), il s'agit d'un vecteur perpendiculaire à la direction de propagation, appelé *vecteur lumineux*. La vibration lumineuse est *transversale*.

● Quand la lumière est parfaitement polarisée (cas que nous avons étudié), le vecteur lumineux reste dans un plan perpendiculaire au plan de polarisation, appelé plan de vibration.

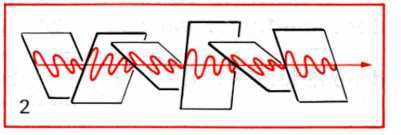
● Quand la lumière est naturelle, le vecteur lumineux peut prendre toutes les directions transversales possibles.

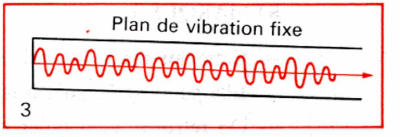
REMARQUES

● Nous avons représenté (figure 1) un rayon de lumière monochromatique polarisée. Les extrémités des vecteurs lumineux des divers points de xx', à un instant donné, sont sur une sinusoïde de période λ (sinusoïde des espaces), cette sinusoïde en fait se translate à la vitesse $\vec{c}$: c'est une onde progressive. (Nous reverrons cette étude dans le chapitre P.45, en effet dans les théories modernes, le vecteur lumineux se confond avec le vecteur champ électrique d'une onde hertzienne.)

● En fait, la lumière polarisée est constituée par une succession de trains d'ondes de durée très courte qui se propagent, la phase variant de train d'onde en train d'onde : il y a incohérence de phase (figure 3).

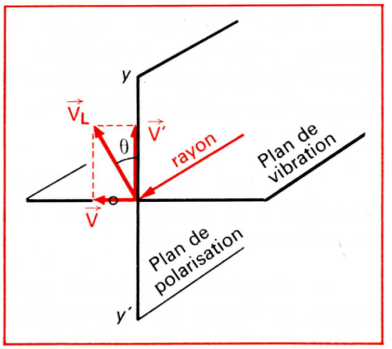
● Pour la lumière naturelle il faut admettre, qu'en plus de la phase, le plan de vibration change de direction, de train d'onde en train d'onde. Par suite, la lumière naturelle a statistiquement une symétrie de révolution autour du rayon qui la transporte, elle présente une double incohérence : de phase et de direction de plan de vibration (figure 2).


2



3

4 ROLE DU POLARISEUR ET DE L'ANALYSEUR



❶ *Le polariseur.*

Le polariseur reçoit un vecteur lumineux $\vec{V_L}$ qui fait avec son plan de polarisation un angle θ qui varie de train d'onde en train d'onde (lumière naturelle). Seule la composante $V = V_L \sin \theta$ sort du polariseur, l'autre composante V' est absorbée.

REMARQUE

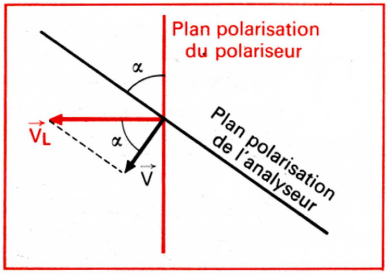
Cette décomposition de $\vec{V_L}$ en $\vec{V}$ et $\vec{V'}$ peut se faire soit par *double réfraction* (dans certains cristaux, tels l'iodure de quinine), un rayon incident donne deux rayons réfractés ayant des plans de vibration perpendiculaire. Il suffit d'éliminer l'un de ses rayons (par réflexion totale pour les prismes de Nicol, par absorption pour les polaroïds) :

— Soit par *réflexion* sur un milieu transparent (verre par exemple). La vibration $\vec{V'}$ contenu dans le plan d'incidence (plan de polarisation) est partiellement ou totalement réfractée, seule la composante $\vec{V}$, perpendiculaire au plan d'incidence est réfléchie. Si l'incidence est $i = 57°$ pour le verre, ce « tri » est parfait.

❷ *L'analyseur.*

L'analyseur reçoit des vecteurs lumineux qui ont une direction fixe : ils sont perpendiculaires au plan de polarisation du polariseur. Soit $\vec{V_L}$ un tel vecteur.

L'analyseur ne laissera passer que la composante de $\vec{V_L}$ perpendiculaire à son plan de polarisation.



Soit α l'angle entre les deux plans de polarisation. La vibration $\vec{V}$ transmise par l'analyseur est : $V = V_L \cos \alpha$.

Donc dans la traversée de l'analyseur, en même temps qu'ils prennent une direction différente, les vecteurs lumineux ont leur amplitude multipliée par $\cos \alpha$.

L'intensité du faisceau lumineux, proportionnelle au carré de l'amplitude, est donc multipliée par $\cos^2 \alpha$ en traversant l'analyseur,

d'où la loi de Malus. $\boxed{I = I_0 \cos^2 \alpha}$ I_0 étant l'intensité à l'entrée de l'analyseur.

REMARQUES

— Cette loi n'est pas valable pour le passage lumière naturelle, lumière polarisée.

— Elle suppose la polarisation parfaite ($I = 0$ pour $\alpha = \pi/2$ et $3\pi/2$).

— On retrouve bien qu'en changeant α en $\pi - \alpha$, $\pi + \alpha$, $2\pi - \alpha$, I ne change pas.

Courant alternatif P. 39 à 43

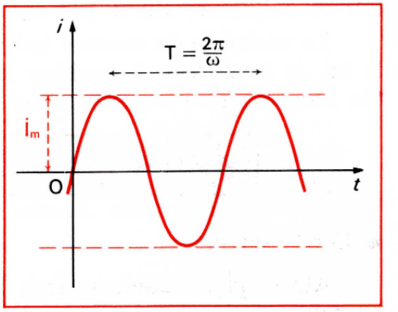
Pour terminale D seulement

1 | INTENSITÉ D'UN COURANT ALTERNATIF

L'intensité d'un courant alternatif sinusoïdal est fonction du temps :

$$i = I_m \sin \omega t$$

L'intervalle de temps T (voir la figure) est la période du courant. La fréquence N est donnée par : Hz $N = \frac{1}{T}$ s



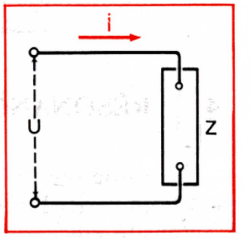
I_m s'appelle l'intensité maximale; elle est proportionnelle à l'intensité efficace I :

$$I_m = I \cdot \sqrt{2}$$

2 | IMPÉDANCE

Lorsqu'on applique une tension sinusoïdale, $u = U_m \sin \omega t$, aux bornes d'une bobine, ou d'un condensateur, il passe un courant sinusoïdal.

La valeur efficace de l'intensité I, est proportionnelle à la valeur efficace de la tension appliquée, U. (Comme pour l'intensité $U_m = U \cdot \sqrt{2}$).



Le rapport constant $\frac{U}{I}$ définit l'impédance Z de l'appareil.

En résumé : $Z = \frac{U}{I}$ Z en ohms Ω

• ***Remarque :*** Pour une tension efficace donnée U, l'intensité qui passe est d'autant plus faible que l'impédance est plus grande, en effet : $I = \frac{U}{Z}$.

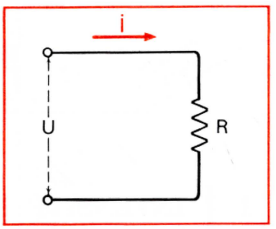
3 | EXEMPLES

- **Résistance pure.**

L'impédance est : $Z = R$.

Remarque.

On retrouve la loi d'Ohm : $U = RI$.



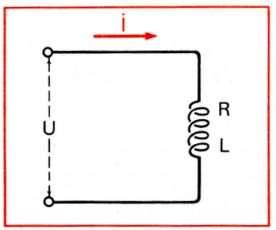
- **Bobine.**

Une bobine est caractérisée par la résistance du fil qui la constitue, R, et par son inductance L.

La variation du courant induit une *f.e.m.*, qui, d'après la loi de Lenz tend à modérer les variations du courant. On montre que l'impédance est donnée par la relation :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$

L en henry H



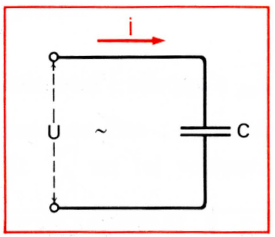
- **Condensateur.**

Alors qu'un condensateur ne laisse pas passer un courant continu, puisque le diélectrique est isolant, un courant alternatif peut successivement charger puis décharger les armatures.

On montre que l'impédance Z est donnée par la relation :

$$Z = \frac{1}{C\omega}$$

C en farad F



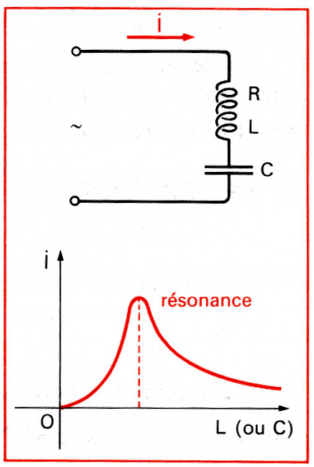
4 | RÉSONANCE

Considérons le circuit figuré ci-contre, dont on peut faire varier l'inductance L (ou bien la capacité C). L'intensité efficace passe par un maximum pour une valeur déterminée de L (ou de C), on dit qu'il y a alors *résonance*.

A ce moment le circuit est *accordé* sur la fréquence de la tension alternative appliquée.

Il faut pour cela que : $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

L'impédance du circuit est alors égale à sa résistance : $Z = R$.



Électricité. Rappels P. 39

1 | COURANTS VARIABLES

❶ *Intensité variable.*

• L'intensité d'un courant variable est fonction du temps, compté à partir d'un instant choisi comme origine des temps.

$$i = f(t)$$

Nous admettrons que, si les variations ne sont pas trop rapides, les lois du courant continu constant, s'appliquent à chaque instant, ainsi pour le courant alternatif de fréquence 50 Hz.

• La *quantité d'électricité* transportée pendant un intervalle de temps dt suffisamment court pour que la variation de l'intensité soit négligeable, est :

$$dq = i \cdot dt$$

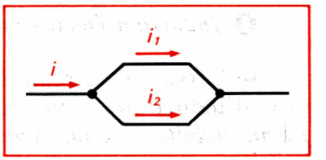
C A s

Entre les instants t_1 et t_2 : $q = \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt$

• *Loi des intensités*

A chaque instant :

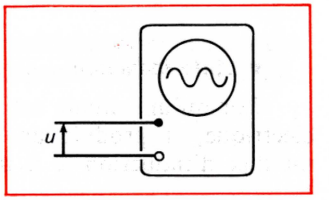
$$i = i_1 + i_2$$



❷ *Tension variable.*

• *Détermination.* On applique aux bornes d'entrée d'un oscillographe électronique la tension variable u. Sur l'écran se dessine une courbe qui représente la fonction : $u = f(t)$. (Voir P.48).

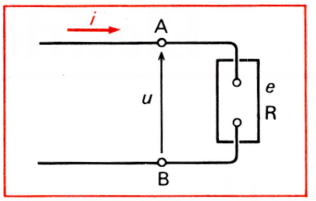
L'oscillographe électronique est un voltmètre pour tensions variables. Il ne consomme pratiquement aucun courant.



• *Expression de la tension aux bornes d'un appareil.* Soit e la $f \cdot e \cdot m$ d'un appareil (constante ou non), R sa résistance. A chaque instant : $v_B - v_A = e - Ri$.

Posons $u = v_A - v_B$

u est appellée la chute de potentiel, nous conservons cette notation pour la suite.

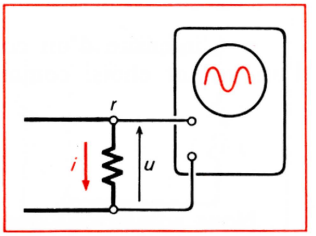


$$u = Ri - e$$

V Ω A V

- *Expression pour une résistance non inductive.*

$e = 0$ d'où $u = Ri$

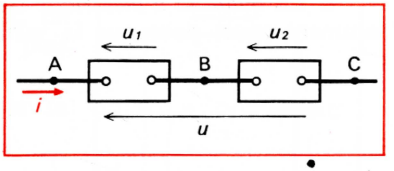


- *Application.* Détermination d'une *intensité* à l'oscilloscope électronique. On utilise une résistance auxiliaire r, cela revient à déterminer $u = ri$. La courbe obtenue représente la fonction $i = f(t)$.

- *Loi des tensions.*

A chaque instant :

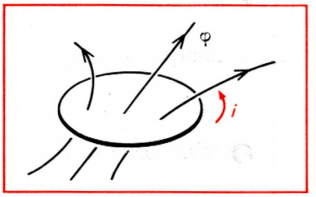
$v_A - v_C = (v_A - v_B) + (v_B - v_C)$ donc :



$$u = u_1 + u_2$$

❸ *Induction électro-magnétique.*

- Lorsqu'un circuit fermé est traversé par un flux d'induction φ variable, il est le siège d'une *f.e.m. induite* e telle que :

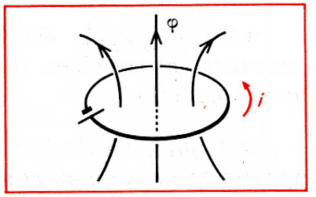


$$e = -\frac{d\varphi}{dt}$$

V, Wb, s

- *Auto-induction.*

Lorsqu'un circuit est parcouru par un courant électrique, il produit un champ magnétique, donc un flux d'induction φ à travers lui-même tel que :



$$\varphi = Li$$

Wb H A

L est l'*inductance* du circuit, on la mesure en Henrys.

f · e · m. d'auto-induction.

Les variations de i induisent dans son propre circuit une *f · e · m.*

$$e = -L\frac{di}{dt}$$

4 *Puissance.*

A chaque instant la puissance électrique dépensée est :

$$p = ui$$

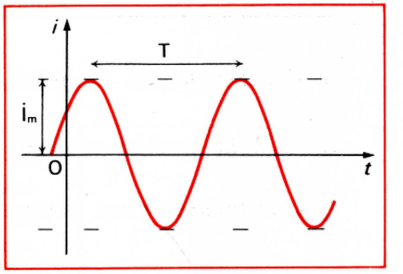
W VA

2 COURANT ALTERNATIF SINUSOIDAL

1 *Intensités.*

- *Intensité instantanée.*

$$i = Im \sin(\omega t + \varphi)$$



Im est l'*intensité maximale.*

Soit N la fréquence, T la période :

rd/s $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$ s (Voir P. 28).

Hz

- *Intensité efficace* I (notée aussi Ie).

- L'effet Joule produit par ce courant pendant une période, dans un conducteur, est le même que celui d'un courant constant I passant dans ce conducteur pendant le même temps. I est l'*intensité efficace* de i.

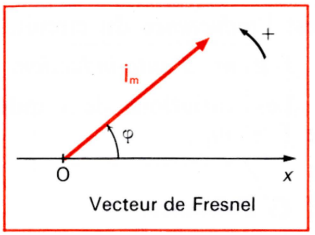
On démontre la relation : $Im = I \cdot \sqrt{2}$

- Si la durée de passage du courant, t, est égale à un multiple entier de périodes, ou est très supérieure à la période, la quantité de chaleur dégagée par effet Joule, est :

J $W = RI^2t$

- L'intensité efficace est directement mesurée par l'ampèremètre thermique. Les ampèremètres pour courants alternatifs donnent l'intensité efficace, quel que soit leur principe.

❷ *Tensions.*

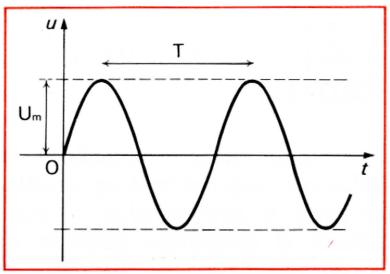


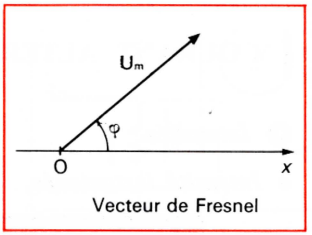
Vecteur de Fresnel

- *Tension instantanée.*

$$u = Um \sin(\omega t + \varphi)$$

Um est la *tension maximale.*
u peut être représentée dans le plan de Fresnel.





Vecteur de Fresnel

- *Tension efficace* U (notée aussi U_e).

Soit U la tension efficace de u : $Um = U \cdot \sqrt{2}$

Les voltmètres pour courants alternatifs donnent la tension efficace.

❸ *Remarques.*

— Les minuscules désignent les valeurs instantanées, variables, les majuscules les valeurs efficaces, le plus souvent constantes.

— On peut annuler une phase initiale φ en choisissant convenablement l'origine des temps.

— Il peut être commode de donner aux vecteurs de Fresnel un module égal aux valeurs efficaces, cela revient à faire une réduction d'échelle $(1/\sqrt{2})$.

— Se familiariser, au fur et à mesure de l'étude des courants alternatifs, avec les tableaux n° 1 et n° 2 pages 193 et 194.

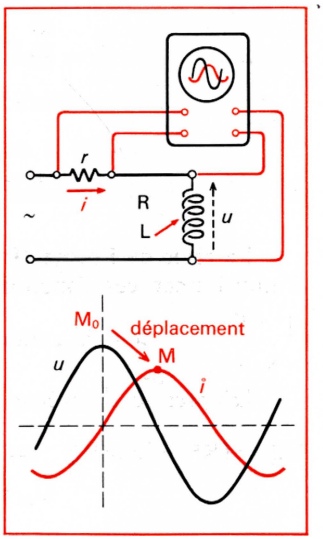
Loi d'Ohm pour une résistance inductive P. 40

Une bobine est caractérisée par la résistance R de son fil conducteur et par son inductance L, c'est un bon exemple de résistance inductive. La loi d'Ohm est la relation qui existe entre la tension aux bornes de cette bobine et l'intensité du courant qui la traverse.

1 | EFFET DE L'INDUCTANCE SUR LE COURANT ALTERNATIF

● **Expérience.**

On utilise une bobine dans laquelle on engage progressivement un noyau de fer doux. Dans ces conditions, la résistance R, de la bobine, reste invariable, son inductance L, augmente. Un oscillographe électronique enregistre à la fois l'intensité *i* du courant, à l'aide d'une résistance auxiliaire, *r*, et la tension *u* aux bornes de la bobine.



● **Résultats.**

Lorsque L augmente, la tension maximale U*m* étant maintenue constante, le sommet M de la courbe représentant *i*, se déplace suivant la direction indiquée, autrement dit :

— l'intensité maximale I*m* diminue;

— l'intensité instantanée, *i*, est en retard par rapport à la tension, ce retard augmente avec L.

Lorsque l'inductance est suffisante on observe pratiquement, la quadrature retard.

● **En résumé.**

Une inductance modère et retarde un courant alternatif.

2 EXPRESSIONS DE LA TENSION EN FONCTION DE L'INTENSITÉ

● **Les valeurs instantanées.**

Lorsque la bobine est parcourue par un courant variable, elle est le siège d'une *f.e.m.* d'auto-induction :

$$e = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

Appliquons la loi d'Ohm; à chaque instant t : $u = Ri - e$

donc :

$$\boxed{u = Ri + L \cdot \frac{di}{dt}}$$

● **Les valeurs efficaces.**

Si le courant est sinusoïdal, $i = I_m \sin \omega t$ d'où :

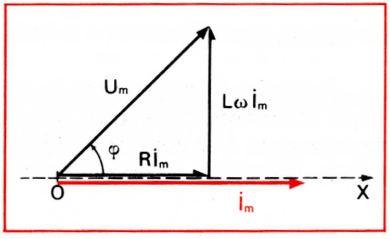
$$\frac{di}{dt} = I_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = \omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

donc :

$$u = RI_m \sin \omega t + L\omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

La règle de Fresnel (P. 32, 2 ❶) nous permet d'additionner ces fonctions sinusoïdales :

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$



D'après le théorème de Pythagore :

$$U_m^2 = (R^2 + L^2\omega^2)I_m^2 \implies U_m = \left(\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}\right) \cdot I_m$$

Posons : $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$ alors : $U_m = ZI_m$

$\Omega \quad \Omega \quad H \quad rd/s$

en divisant par $\sqrt{2}$: $\boxed{U = ZI}$

$V \quad \Omega \, A$

Conclusion : Pour une fréquence donnée, la tension et l'intensité efficaces sont proportionnelles. Le facteur Z, qui joue un rôle analogue à celui de la résistance en courants continus, s'appelle l'*impédance* de la bobine.

- **Déphasage.**

En examinant les vecteurs de Fresnel de u et de i, on voit que l'intensité est en retard par rapport à la tension, ainsi que l'expérience l'avait montré.

Calculons le retard angulaire φ : $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{L\omega I_m}{RI_m} = \dfrac{L\omega}{R}$; $\operatorname{tg}\varphi$, et par conséquent φ, augmente avec L, c'est ce que l'on a constaté.

Si $L\omega \gg R$; $\varphi \simeq \dfrac{\pi}{2}$, on dit que la bobine est une inductance pure.

3 | CONCLUSION

La relation $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ montre que l'impédance d'une résistance inductive dépend à la fois de ses caractéristiques de construction : R et L, et de la fréquence du courant qui la traverse : ω.

Pour une tension efficace donnée U, l'intensité efficace $I = \dfrac{U}{Z}$ du courant que laisse passer une résistance inductive est d'autant plus faible que :

— l'inductance L est plus grande, c'est ce que l'on a constaté;

— la fréquence est plus grande (avec $L \neq 0$); une inductance « étouffe » un courant de fréquence élevée.

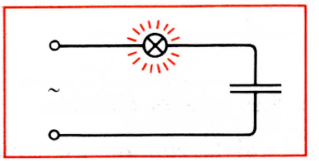
Enfin, l'inductance retarde le courant par rapport à la tension.

Loi d'Ohm pour une capacité P. 41

1 | EFFET D'UNE CAPACITÉ SUR LE COURANT ALTERNATIF

● **Expérience.**

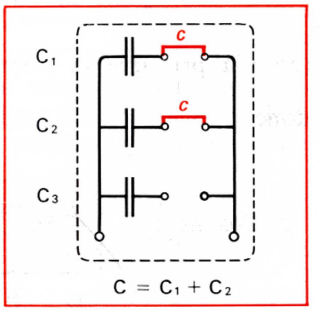
On sait que, lorsqu'on branche un condensateur aux bornes d'une source de courant continu, il ne passe qu'un courant de charge très bref, le diélectrique s'oppose au passage d'un courant permanent. En alternatif, il n'en est plus de même, le condensateur se charge et se décharge alternativement dans un sens, puis dans l'autre. C'est pourquoi la lampe du circuit brille.



Conclusion : Un condensateur permet le passage d'un courant alternatif.

● **Expérience.**

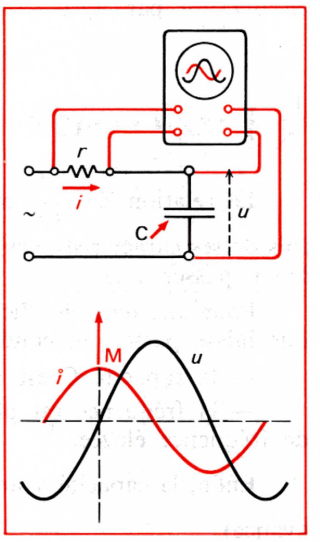
On utilise une boîte de condensateurs dont on augmentera la capacité C par la mise en place de cavaliers *c*. Un oscillographe électronique enregistre à la fois l'intensité du courant, *i*, à l'aide d'une résistance *r*, et la tension aux bornes de la boîte, *u*.



Lorsque C augmente, la tension maximale U_m étant maintenue constante, le sommet M de la courbe représentant *i* se déplace vers le haut, autrement dit :

— l'intensité maximale, I*m*, augmente;

— l'intensité instantanée, *i*, est en quadrature avance par rapport à la tension.



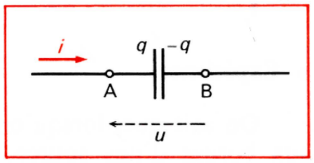
● *En résumé :* Une capacité favorise et avance le passage d'un courant alternatif.

2 EXPRESSIONS DE LA TENSION EN FONCTION DE L'INTENSITÉ

• Les valeurs instantanées.

A chaque instant : $q = Cu$.

La charge q, apportée par le courant d'intensité i sur l'armature A est donnée par :



$$q = \int i \cdot dt \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{u = \frac{1}{C}\int i \cdot dt}$$

• Les valeurs efficaces.

Si le courant est sinusoïdal :

$$i = I_m \sin \omega t \quad \text{d'où} \quad \int i \cdot dt = -\frac{I_m}{\omega} \cos \omega t = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

(on n'a pris que la primitive alternative)

donc : $$u = \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad U_m = \frac{I_m}{C\omega}$$

Posons : $\boxed{Z = \frac{1}{C\omega}}$ alors $U_m = ZI_m$

ω	F	rd/s

en divisant par $\sqrt{2}$: $\boxed{U = ZI}$ Z est l'impédance du condensateur.

3 CONCLUSION

La relation $Z = \frac{1}{C\omega}$ montre que l'impédance d'un condensateur dépend à la fois de ses caractéristiques de construction : C, et de la fréquence du courant qu'il laisse passer : ω.

Pour une tension efficace donnée U, l'intensité efficace $I = UC\omega$, du courant que laisse passer un condensateur est d'autant plus grande que :

— la capacité C est plus grande, c'est ce que l'on a constaté;

— la fréquence est plus grande; une capacité « court-circuite » un courant de fréquence élevée.

Enfin, la capacité avance le courant par rapport à la tension, de $\frac{\pi}{2}$ (quadrature avance).

La résonance P. 42

1 | EXPÉRIENCES

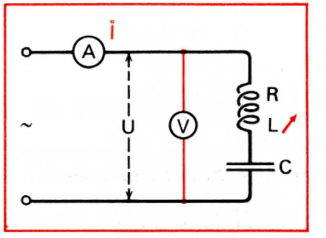
• **Étude des valeurs efficaces.**

On monte en série :

— une bobine dont on peut faire croître l'inductance par l'introduction progressive d'un noyau de fer doux;

— et, un condensateur.

Un ampèremètre et un voltmètre mesurent l'intensité et la tension efficaces, I et U.



La tension efficace étant maintenue constante, on constate que l'intensité efficace I augmente, passe par un maximum, on dit qu'il y a alors *résonance*, enfin elle diminue; ce passage par un maximum s'observe pendant que L ne cesse d'augmenter.

On peut dire également que, à la résonance, le circuit a une impédance, $Z = \frac{U}{I}$, minimale.

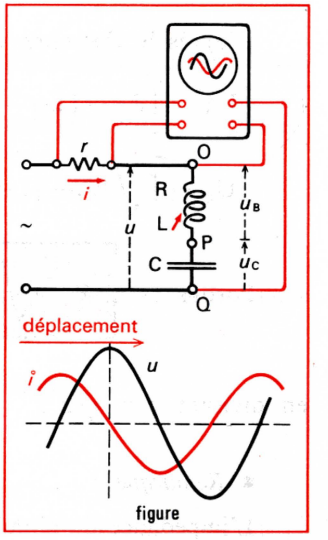
• **Étude du déphasage.**

A mesure que l'inductance, L, augmente, la courbe représentant *i*, se déplace, plus précisément :

— avant la résonance, l'intensité est en avance par rapport à la tension; (cas de la figure);

— à la résonance, l'intensité est en phase avec la tension;

— après la résonance, l'intensité est en retard par rapport à la tension.



figure

2 | INTERPRÉTATION

• **Les valeurs instantanées.**

A chaque instant : $v_O - v_Q = (v_O - v_P) + (v_P - v_Q)$, soit : $u = u_B + u_C$.

La tension aux bornes de la bobine est donnée par :

$$u_B = Ri + L\frac{di}{dt} \quad \text{(P. 40.2)}$$

Aux bornes du condensateur :

$$u_C = \frac{1}{C}\int i \cdot dt \quad \text{(P. 41.2)}$$

d'où :

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i \cdot dt$$

• **Les valeurs efficaces.**

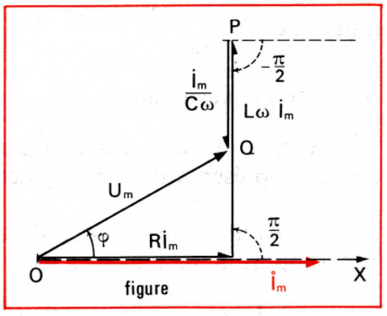
Si le courant est sinusoïdal, $i = I_m \sin \omega t$

d'où : $\frac{di}{dt} = \omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ (P 40.2); $\int i \cdot dt = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ (P 41.2)

donc : $u = RI_m \sin \omega t + L\omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

La règle de Fresnel (P.32, 2 ❶) nous permet d'additionner ces trois fonctions sinusoïdales :

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$



figure

D'après le théorème de Pythagore :

$$U_m^2 = \left[R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right] I_m^2$$

$$U_m = \left(\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\right) I_m$$

Posons : $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$, alors $U_m = ZI_m$

en divisant par $\sqrt{2}$: $\boxed{U = ZI}$

• *Remarque :*

L'impédance du circuit ne s'obtient pas en faisant la somme des impédances.

- **Déphasage.**

On voit sur le diagramme de Fresnel que :

$$\text{tg } \varphi = \frac{L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}}{R I_m} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

- *Discussion :*

Si $L\omega < \frac{1}{C\omega}$; $\varphi < 0$ l'intensité est en avance par rapport à la tension, l'effet de capacité l'emporte.

Si $L\omega = \frac{1}{C\omega}$; $\varphi = 0$ l'intensité et la tension sont en phase, les effets de capacité et d'inductance se compensent.

Si $L\omega > \frac{1}{C\omega}$; $\varphi > 0$ (cas de la figure) l'intensité est en retard par rapport à la tension, l'effet d'inductance l'emporte.

L'expérience décrite au 1. confirme les résultats de cette discussion.

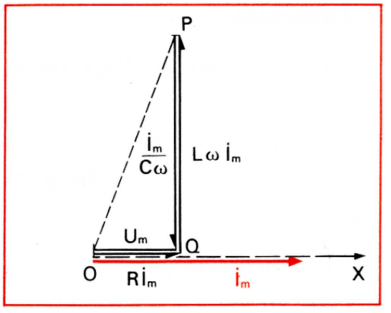
3 | LA RÉSONANCE

- Si $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$ est nul et par conséquent minimal; donc, l'impédance Z est minimale, et $I = \frac{U}{Z}$ maximale pour une tension efficace U donnée. On a bien vérifié que I passait par un maximum.

Lorsque la *condition de résonance* $\boxed{L\omega = \frac{1}{C\omega}}$ est vérifiée, on dit que le circuit est accordé sur la fréquence de la tension appliquée.

- A la résonance : $Z = R$.
- A la résonance : l'intensité et la tension sont en phase.

● **Surtension.**



Dessinons le diagramme de Fresnel dans le cas de la résonance; on voit que, si :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \gg R$$

les segments OP et PQ sont beaucoup plus longs que OQ.

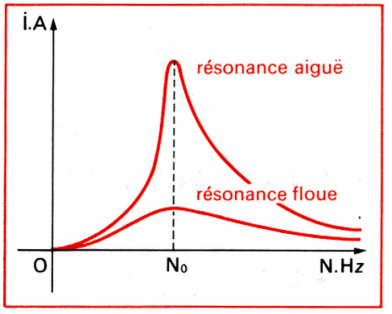
Autrement dit, les tensions maximales (ou efficaces) entre O et P (aux bornes de la bobine) et entre P et Q (aux bornes du condensateur) peuvent être très supérieures à la tension maximale (ou efficace) aux bornes de l'ensemble. C'est le phénomène de la *surtension.*

Ce phénomène peut être dangereux.

● **Sélectivité d'un circuit résonant** (voir P. 34).

Alimentons le circuit étudié au 1. sous une tension efficace constante, mais en faisant varier la fréquence. On utilise pour cela un générateur BF (abréviation de basse fréquence).

Nous avons représenté les variations de l'intensité efficace I en fonction de la fréquence N.



A la résonance I est maximal, la fréquence N_0 est appelée la *fréquence propre* du circuit. La pulsation correspondante ω_0 vérifie la condition de résonance :

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

On a tracé deux courbes correspondant à deux valeurs de R.

— Si $R \ll L\omega_0$, le maximum de la courbe est très prononcé, la résonance est dite : aiguë. L'intensité décroît très vite lorsque la fréquence s'écarte de N_0, le circuit ne laisse passer un courant comparable à celui de la résonance que dans une bande de fréquence étroite. Le circuit est *sélectif.*

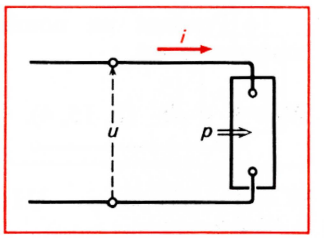
— Si la résistance devient plus importante, la résonance est floue, le circuit peu sélectif.

Puissance électrique P. 43

1 | PUISSANCE INSTANTANÉE

● **Expression.**

Soit i l'intensité du courant qui traverse un appareil (bobine, condensateur, moteur électrique, etc.), u la chute de potentiel, à chaque instant, la puissance électrique reçue par cet appareil est :



$$p = u \cdot i$$

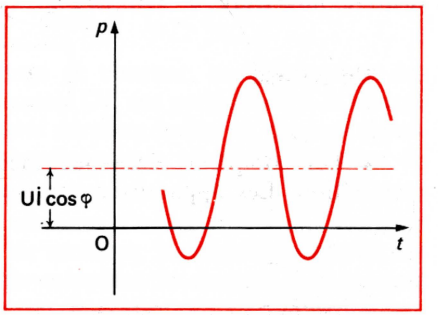
W V A

● **Avec un courant sinusoïdal.**

Dans ce cas, $i = I_m \sin \omega t$ et $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$, d'où :

$$p = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$p = \frac{U_m I_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$



Utilisons les valeurs efficaces U et I, puisque : $U_m = U\sqrt{2}$ et $I_m = I\sqrt{2}$,

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

● **Remarques :**

— p est une fonction périodique dont $UI \cos \varphi$ est la valeur moyenne.

— lorsque $p < 0$, l'appareil fournit de l'énergie électrique au réseau, il se comporte en générateur.

2 | ÉNERGIE ÉLECTRIQUE CONSOMMÉE

• Pendant un court intervalle de temps dt, la variation de la puissance est négligeable, d'où l'énergie consommée :

$$dW = p \cdot dt$$

j W s

• Pendant un nombre entier de périodes : $t = k\mathrm{T}$, l'énergie électrique consommée est :

$\mathrm{W} = \int_0^t p \cdot dt$ (P. 15, 4).

$$\mathrm{W} = \int_0^{k\mathrm{T}} [\mathrm{UI}\cos\varphi - \mathrm{UI}\cos(2\omega t + \varphi)dt = [\mathrm{UI}\cos\varphi \cdot t - \frac{\mathrm{UI}}{2\omega}\sin(2\omega t + \varphi)]_0^{k\mathrm{T}}$$

mais : $2\omega k\mathrm{T} = 4k\pi$ puisque $\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$, donc : $\sin(2\omega k\mathrm{T} + \varphi) = \sin(0 + \varphi)$

finalement : $\mathrm{W} = \mathrm{UI}\cos\varphi \cdot k\mathrm{T} = \mathrm{UI}\cos\varphi \cdot t$

• Pendant un intervalle de temps, t, très supérieur à une période T (1/50 s pour le courant industriel), cette relation reste valable, puisque $t = k\mathrm{T}$ entraîne une erreur relative inférieure à T/t, négligeable.

En résumé : $\mathrm{W} = \mathrm{UI}\cos\varphi \cdot t$

• Un compteur électrique mesure l'énergie électrique consommée par une installation. Les appareils usuels sont gradués en $k\mathrm{W} \cdot h$ et non en joules.

3 | PUISSANCE MOYENNE

• L'énergie électrique dépensée est proportionnelle à la durée d'utilisation t, pourvu que $t \gg \mathrm{T}$ ou $t = k\mathrm{T}$, le rapport constant $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{t}}$ mesure la *puissance moyenne* mise en jeu.

$$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{W}}{t} \Longrightarrow \mathrm{P} = \mathrm{UI}\cos\varphi$$

W V A

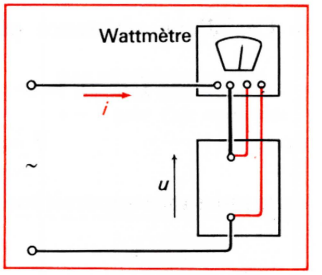
L'expression de la puissance moyenne comprend :

— un premier facteur, UI, appelé *puissance apparente*, évalué en volt.ampère (V.A.);

— un second facteur, cos φ, appelé *facteur de puissance.*

Nous rappelons que φ est le déphasage angulaire entre la tension et l'intensité.

• Mesure.



Elle s'effectue à l'aide d'un wattmètre. L'aiguille subit un couple électromagnétique proportionnel au produit *ui*, compte tenu de l'inertie de l'équipage mobile lié à l'aiguille, celle-ci n'est pas animée d'un mouvement vibratoire (qui serait représenté par la courbe du paragraphe 1), elle prend une position moyenne, correspondant à la puissance moyenne : UI cos φ.

4 | LE FACTEUR DE PUISSANCE

• Importance pratique.

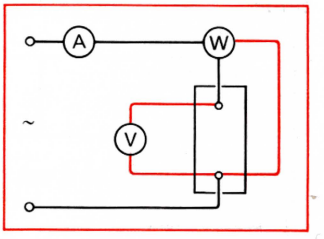
Considérons deux installations, de facteurs de puissance différents ($\cos \varphi_1 > \cos \varphi_2$), qui consomment la même quantité d'énergie électrique. Elles paient par conséquent la même redevance à la compagnie distributrice.

Si $$UI_1 \cos \varphi_1 \cdot t = UI_2 \cos \varphi_2 \cdot t \quad \text{alors :} \quad I_1 < I_2$$

La seconde installation consomme davantage de courant, ce qui produit des pertes en ligne par effet Joule (RI^2) plus importantes. Or, ces pertes sont à la charge de la compagnie distributrice, c'est pourquoi cette dernière incite les usagers (bonifications, pénalisations) à adopter pour leurs installations le plus grand facteur de puissance possible.

Comment peut-on améliorer le facteur de puissance d'une installation? Lorsque celle-ci est composée d'appareils de chauffage, de moteurs, les enroulements de ces différents appareils ont des effets inductifs : ils retardent le courant par rapport à la tension. L'adjonction de condensateurs permet de compenser ces effets, lorsque $\varphi = 0$, cos φ est maximal puisque $\cos \varphi = 1$.

• Détermination.



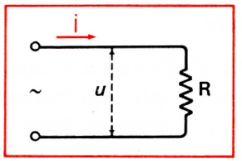
Un wattmètre (W), un voltmètre (V) et un ampèremètre (A) mesurent respectivement, la puissance moyenne consommée par l'appareil, P, la tension efficace à ses bornes, U, et l'intensité efficace du courant qui le traverse, I, d'où :

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI}$$

• *Applications :* On peut ainsi déterminer le déphasage φ (au signe près) entre la tension et l'intensité.

5 | EXEMPLES

• **Cas d'une résistance pure.**



$$L = 0 \Longrightarrow U = RI \quad \text{et} \quad \varphi = 0$$

donc $$P = UI = RI^2$$

cette puissance apparaît sous forme calorifique ; ainsi est justifiée la relation $I_m = I\sqrt{2}$.

Remarque.

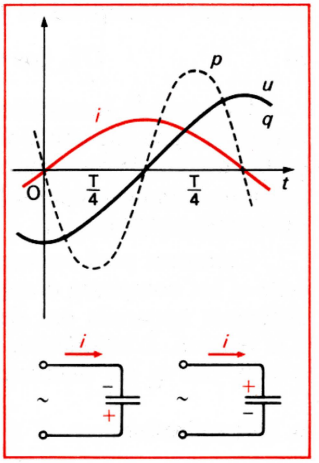
$p = UI\,(1 - \cos 2\,\omega t)$, cette variation de la puissance, dans un filament incandescent peut être mise en évidence par un examen au miroir tournant, qui fait apparaître des stries sombres.

• **Cas d'un condensateur.**

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = \frac{q}{C} = U_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$p = -UI \sin 2\omega t$$

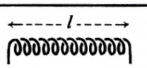
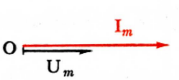
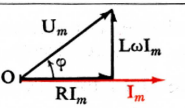
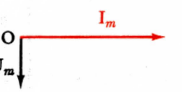
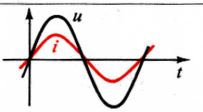
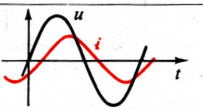


Pendant le premier quart de période, le condensateur se décharge et se comporte en générateur, $p < 0$.

Pendant le second quart de période, le condensateur est chargé, il se comporte en récepteur, $p > 0$.

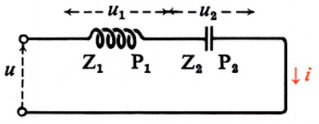
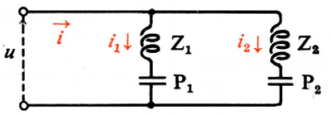
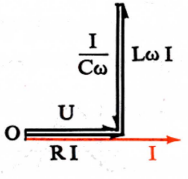
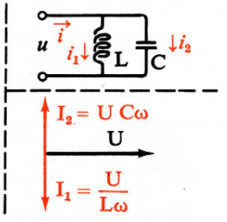
Au terme d'une demi-période, le condensateur a récupéré l'énergie qu'il avait fournie au réseau, c'est pourquoi la puissance moyenne dépensée est nulle.

ÉLECTRICITÉ : TABLEAU COMPARATIF N° 1

	Résistance non inductive	Résistance inductive	Condensateur
Représentation	ou		
Caractéristiques	$R = \rho\frac{l}{s}$ en ohm Ω ρ : résistivité	$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{4\pi 10^{-7} N^2 S}{l}$ L en Henry (H) N nombre de spires S : surface d'une spire Si la bobine comprend un noyau, il faut multiplier L par la perméabilité relative μ du noyau	$C = \frac{1}{36\pi 10^9}\frac{\varepsilon S}{e}$ pour un condensateur plan ε constante diélectrique ε = 1 pour l'air ou le vide
Relation instantanée	$u = Ri$	$u = Ri + L\frac{di}{dt}$	$u = \frac{1}{c}\int idt$
Expression de la tension instantanée *u*	si on prend $i = I_m \sin \omega t$		
	$u = RI_m \sin \omega t$	$u = RI_m \sin \omega t + L\omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	$u = \frac{I_m}{C\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$
Construction de Fresnel (en valeurs maximales)			
Impédance	L'impédance $Z = \frac{U}{I}$ en ohms ❶		
	$Z = R$	$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$	$Z = \frac{1}{C\omega}$
Déphasage : φ est le *retard de i sur u*	si $\begin{cases} u = U_m \sin \omega t \\ i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \end{cases}$ si $\begin{cases} i = I_m \sin \omega t \\ u = U_m \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$		
	$\varphi = 0$ *i* et *u* sont en phase	$\text{tg}\,\varphi = \frac{L\omega}{R} \Rightarrow \varphi > 0$, *i* est en retard sur *u* si $R = O \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$ *i* est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur *u*
Graphes représentant *i* et *u*			
Puissance moyenne consommée	$P = UI\cos\varphi$		
	$P = RI^2$	$P = RI^2$ si $R = O \Rightarrow P = O$	$P = 0$

❶ Danger : on remarquera bien que U = ZI. Des élèves écrivent à tort dans le cas général $u = Zi$: ceci n'est valable que lorsque *u* et *i* sont en phase (résistance pure, résonance série).

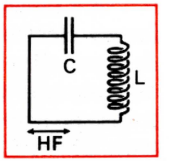
ÉLECTRICITÉ : TABLEAU COMPARATIF N° 2

	Circuit série RLC	Courants dérivés
Schéma		
Relations fondamentales	$u = u_1 + u_2$ l'intensité, i, est la même tout le long du circuit	$i = i_1 + i_2$ la tension, u, est la même aux bornes de chaque dérivation
Construction de Fresnel (en valeurs efficaces)	• poser : $i = I_m \sin \omega t$ • dessiner le vecteur représentant i • construire le vecteur représentant u_1 ($U_1 = Z_1 I$, on calcule aussi φ_1, retard de i sur u_1) • construire le vecteur représentant u_2 • la résultante des vecteurs représentant u_1 et u_2 représente u On calcule U en fonction de I, d'où $Z = \frac{U}{I}$, et le retard φ de i sur u (P 42) $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ $\text{tg } \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$	• poser : $u = U_m \sin \omega t$ • dessiner le vecteur représentant u • construire le vecteur représentant i_1 ($I_1 = U/Z_1$, on calcule aussi φ_1, retard de i_1 sur u) • construire le vecteur représentant i_2 • la résultante des vecteurs représentant i_1 et i_2 représente i Le calcul de I en fonction de U, et de φ, retard de i sur u, est parfois difficile. (voir P. 32-2-2)
Résonance	$L\omega = \frac{1}{C\omega}$ $Z = R$ $\varphi = O$ 	$L\omega = \frac{1}{C\omega}$ Si R = O I = O circuit bouchon 
Puissance moyenne	$P = P_1 + P_2 = UI \cos \varphi$	$P = P_1 + P_2$
Danger	$Z \neq Z_1 + Z_2$ l'égalité est exceptionnelle $\frac{1}{Z} \neq \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$ $U \leqslant U_1 + U_2$ $I \leqslant I_1 + I_2$	

Les courants de haute fréquence P. 44

On convient d'appeler courant de haute fréquence (H.F.) tout courant alternatif de fréquence supérieure à quelques dizaines de kilohertz.

Les courants de haute fréquence ne sont pas produits par des alternateurs.



Ils prennent naissance lorsqu'un condensateur se décharge dans une bobine inductive de faible résistance. Il est possible par apport d'énergie extérieure d'entretenir les oscillations électroniques : un tel circuit est dit *circuit oscillant*.

Les courants de haute fréquence se différencient des courants alternatifs industriels par des effets particuliers. Nous désignerons par N la fréquence du courant HF, par ω sa pulsation : $\omega = 2\pi N$, et nous le supposerons sinusoïdal.

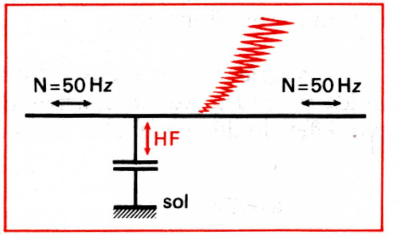
1 | EFFET DE CAPACITÉ

L'impédance d'un condensateur (de capacité C) est encore donnée par

$$Z = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi NC}$$

Même si la capacité C est faible, si la fréquence N est très élevée, Z sera faible.

Un condensateur est un court-circuit en haute fréquence.



Application.

L'éclair, qui est une décharge à haute fréquence, est « court-circuité » vers le sol. Pour le courant 50 Hz, l'impédance du condensateur est importante et la fuite de 50 Hz est négligeable.

2 | EFFETS D'INDUCTION

❶ *Force électromotrice induite.*

Un circuit oscillant parcouru par un courant HF crée dans l'espace environnant un champ magnétique sinusoïdal de même fréquence. Soit un circuit fermé, ou une masse conductrice baignés dans ce champ, ils sont traversés par un flux Φ · Φ étant proportionnel à l'induction B est aussi sinusoïdal de fréquence N, d'où

$\Phi = \Phi m \sin 2\pi Nt$ $\quad$ Φm : flux maximal.

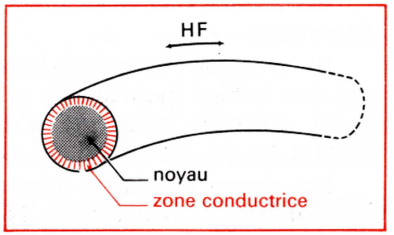
Ce circuit ou cette masse conductrice seront le siège d'une *f.e.m.* induite

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -2\pi N \Phi m \cos \omega t$$

Même si Φm est faible, si N est très élevée, e peut être importante. Étudions où peuvent apparaître ces effets d'induction.

2 ***Dans la masse des fils conduisant le courant HF.***

A l'intérieur même des fils apparaissent ces forces électromotrices induites. D'après la *loi de Lenz*, elles tendent à s'opposer aux variations du courant, c'est-à-dire aux vibrations d'électrons, principalement dans le noyau du conducteur. Si bien que le courant ne passe pratiquement que dans la zone périphérique, autrement dit seuls les électrons libres qui sont près de la surface du conducteur vibrent. Cet effet est appelé *effet pelliculaire*.



Conséquences.

— On peut évider la masse métallique sans changer la résistance (tubes).

— Pour diminuer la résistance, il faut augmenter non pas la section, mais le périmètre du fil.

3 ***Dans une masse conductrice placée au voisinage du circuit oscillant.***
(courants de Foucault).

Exemple : Un creuset contenant du métal est placé à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant HF. Les courants induits dans le métal l'échauffent par effet Joule jusqu'à la fusion (four à induction).

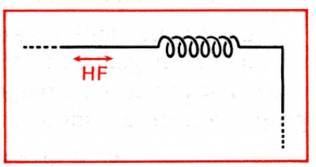
Remarque

Les courants HF ne sont pas dangereux pour l'organisme humain et sont même utilisés en médecine.

4 ***Dans le circuit lui-même*** et particulièrement dans les bobinages (il s'agit d'auto-induction).

L'impédance d'une ou plusieurs boucles est donnée par $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 L^2 N^2}$

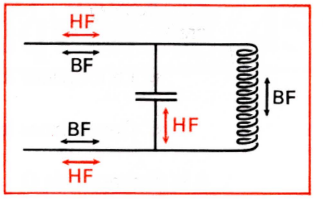
Même si la résistance R et l'inductance L sont faibles, si la fréquence N est très élevée, l'impédance peut être considérable.



Application.

La bobine « étouffe » la haute fréquence, laisse passer la basse fréquence.

Le condensateur court-circuite la haute fréquence et « étouffe » la basse fréquence. Le dispositif permet de séparer les composantes basse fréquence (BF) et haute fréquence (HF) d'un courant alternatif.



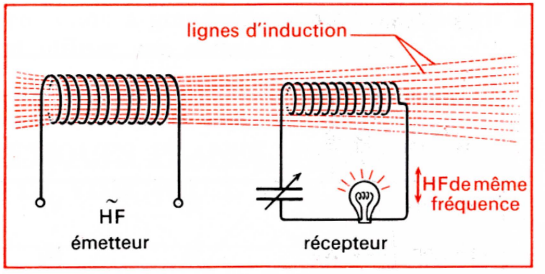
5 *Dans un circuit voisin.*

Plaçons au voisinage d'un circuit oscillant *émetteur*, un circuit *récepteur* comprenant en série une petite ampoule à incandescence, un condensateur (de capacité C), une bobine d'inductance L. On peut faire varier la capacité C.

La *f.e.m. e* prend naissance dans la bobine du récepteur.

Le circuit récepteur étant fermé, il apparaît un courant induit *i* de même fréquence que *e*, c'est-à-dire de même fréquence que le courant HF de l'émetteur.

L'intensité efficace traversant le récepteur sera maximale lorsque l'impédance du récepteur sera minimale, c'est-à-dire, lorsque le récepteur est réglé à la *résonance*. La condition de résonance est



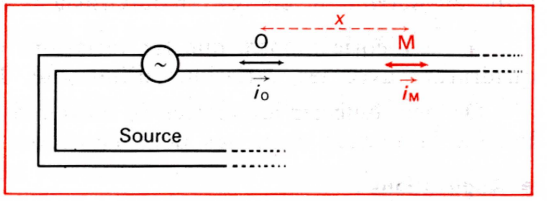
$$LC\omega^2 = 1$$

Si cette condition est satisfaite, le circuit récepteur est dit *accordé* sur l'émetteur, son impédance Z est alors égale à sa résistance.

3 LES EFFETS DE PROPAGATION

1 *Ondes progressives.*

• Soit une ligne de très grande longueur alimentée par une source de courant sinusoïdal de haute fréquence. Le mouvement vibratoire des électrons libres ne s'installe pas instantanément, il se propage de proche en proche le long du conducteur : cela constitue une onde progressive de courant.



• On démontre que la célérité des ondes de courant V est pratiquement égale à celle de la lumière dans le milieu isolant qui entoure le conducteur. Ainsi pour les conducteurs dans le vide (ou l'air) $V = c = 3\ 10^8$ m/s.

Remarque : Ne pas confondre c avec la vitesse des électrons qui est de quelques cm/s.

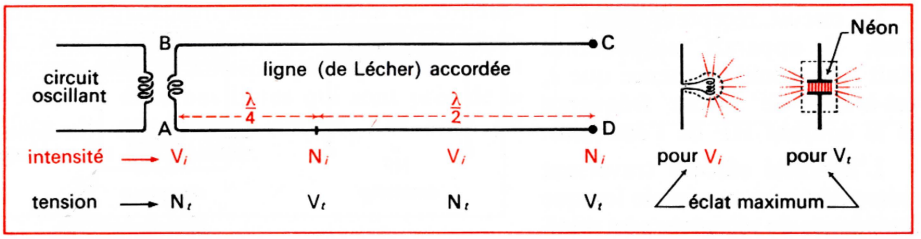
- La longueur d'onde des ondes de courants est donc $\lambda = \frac{V}{N}$.

- Considérons les intensités instantanées. Si pour O $i_0 = I_m \sin 2\pi \frac{t}{T}$, pour M situé à la distance x de O $i_M = I_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

— en basse fréquence : λ est très grand, $\frac{x}{\lambda}$ est très petit : l'intensité est pratiquement la même en tout point du circuit;

— en haute fréquence, x et λ peuvent être du même ordre de grandeur, à un instant donné, *l'intensité n'est pas la même en tous les points* d'un circuit simple.

❷ *Ondes stationnaires.*



- Soit une ligne finie présentant deux extrémités libres C et D. Les ondes de courant se réfléchissent en C et D, ondes incidentes et réfléchies interfèrent, produisant des ondes stationnaires, stables si la ligne est accordée.

Les électrons situés en C et D ne peuvent vibrer (ils quitteraient le fil!), il y a donc en C et D un nœud d'intensité N*i*.

La partie AB où prennent naissance les vibrations électroniques est un ventre d'intensité V*i* (amplitude de vibration maximale).

On montre que la distance séparant deux nœuds (ou deux ventres) successifs est égale à une demi-longueur d'onde.

La ligne est donc accordée si $AD = \frac{\lambda}{4} + k\frac{\lambda}{2}$ avec $\lambda = \frac{V}{N}$ (k entier positif)

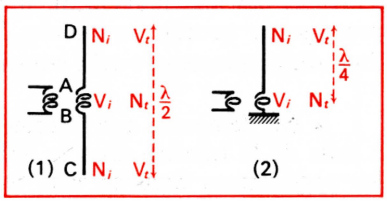
Pour les ventres d'intensité, une ampoule à incandescence placée en dérivation brille au maximum, elle est rigoureusement éteinte pour les nœuds N*i*.

- La théorie montre que les variations de tension (ou de potentiel) sont en quadrature avec les variations d'intensité. N*i* ⟹ V*t* V*i* ⟹ N*t*.

On peut détecter les ventres de tension avec une ampoule à néon qui s'allume lorsque la tension entre ses deux électrodes est suffisante.

- **Applications :**

Le circuit linéaire 1 ouvert, accordé sur le circuit oscillant est une *antenne* demi-onde. Si on supprime BC et qu'on relie B au sol qui impose un nœud de tension, on a alors une antenne quart d'onde (2).



Les ondes électromagnétiques P. 45

(ou ondes hertziennes)

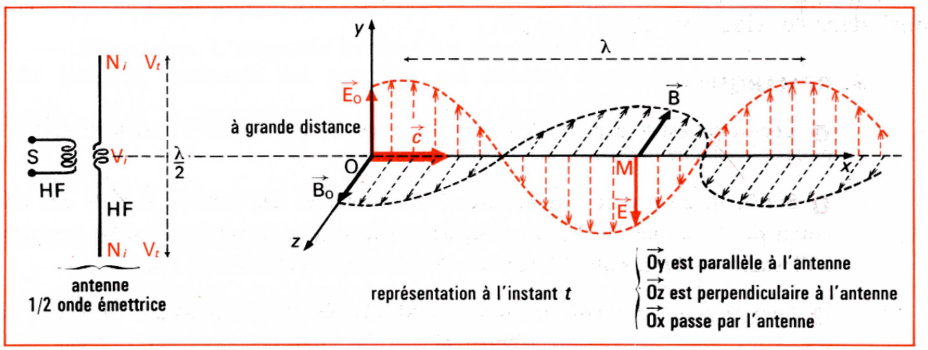
Soit un circuit oscillant, nous avons vu qu'autour de ce circuit existait un champ magnétique variable donnant des effets d'induction dans un circuit voisin.

Maxwell montra qu'un champ magnétique variable s'accompagne obligatoirement d'un champ électrique variable.

Autour d'un circuit oscillant existent donc à la fois un champ magnétique et un champ électrique variables.

On montre que pour observer une action à grande distance, il faut ouvrir le circuit oscillant, c'est-à-dire qu'il faut utiliser une *antenne émettrice*.

I ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PLANES, PROGRESSIVES SE PROPAGEANT DANS LE VIDE (OU L'AIR)



• Soit une antenne demi-onde qui est le siège d'ondes stationnaires de courant de longueur d'onde λ. Supposons l'antenne sans isolant autre que l'air, dans ce cas la célérité des ondes de courant dans l'antenne est c (vitesse de la lumière dans le vide ou l'air de façon approchée). Si T est la période d'oscillation imposée par l'émetteur, la longueur d'onde des ondes de courant dans l'antenne est donc : $\lambda = cT$.

• Soit un point O, loin de l'antenne. On démontre et nous le vérifierons par l'expérience qu'il existe en O :

— un vecteur induction $\vec{B_0}$ (unité : le tesla) oscillant orthogonal à l'antenne, en choisissant convenablement l'origine des temps, la mesure algébrique de $\vec{B_0}$ sur l'axe *oz* est de la forme :

$$\overline{B_0} = B_m \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

(T est la période du courant HF de l'antenne);

— un vecteur champ électrique $\vec{E_0}$ (unité : le volt/mètre) oscillant, parallèle à l'antenne. Ce vecteur *vibre en phase* avec $\vec{B_0}$. La mesure algébrique de $\vec{E_0}$ sur l'axe $\vec{oy}$ est donc

$$\overline{E_0} = E_m \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

— l'ensemble de ces vecteurs constitue le *champ électromagnétique* en O.

• Le champ électromagnétique ne s'installe pas instantanément. *Maxwell* montre :

— que les oscillations du champ électromagnétique se propagent dans le milieu environnant l'antenne avec une célérité constante V;

— que la célérité V est égale à la vitesse de la lumière dans le milieu considéré. En particulier pour le cas que nous étudions (vide ou air) $V = c = 3.10^8$ m/s;

— que le vecteur célérité $\vec{c}$ (qui indique le sens et la direction de propagation) doit être tel que le trièdre $\vec{c}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$ soit *trirectangle et direct.*

On peut donc caractériser une onde électromagnétique par sa longueur d'onde λ, ainsi dans le vide (ou l'air) $\lambda = cT$.

REMARQUES

❶ Lorsqu'on est loin de l'antenne les ondes deviennent planes : c'est la structure des ondes planes que nous avons étudiée.

❷ Sur la figure nous avons représenté les extrémités des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ des divers points de $\vec{Ox}$ à l'instant t (sinusoïdes des espaces). Pour avoir la sinusoïde des espaces à l'instant $t + \Delta t$, il suffit de translater les sinusoïdes dessinées de $\vec{c} \cdot \Delta t$.

❸ Pour le point M situé à la distance $\overline{OM} = x$ de O, les expressions de $\overline{B}$ et $\overline{E}$ sont

$$\overline{B} = B_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad \overline{E} = E_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

❹ Les longueurs d'ondes des ondes hertziennes s'étendent du millimètre à quelques kilomètres.

❺ La longueur d'onde des ondes électromagnétiques est égale à celle des ondes de courant dans l'antenne.

❻ Le trièdre $\vec{c}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$ étant trirectangle, cela signifie que les ondes électromagnétiques sont des ondes transversales.

❼ Les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ restent parallèles à des directions fixes, l'onde électromagnétique est dite polarisée rectilignement.

❽ L'onde électromagnétique transporte de l'énergie. Cette énergie, rayonnée par l'antenne, provient du générateur de courant haute fréquence de l'émetteur.

❾ La vérification expérimentale des théories de Maxwell fut réalisée par Hertz; de ce fait les ondes électromagnétiques sont souvent appelées *ondes hertziennes.*

2 | DÉTECTION DE $\vec{E}$ ET $\vec{B}$

● **Principe de la détection.**

Faire apparaître un système d'ondes stationnaires de courant ou un courant alternatif dans un circuit témoin réglé à la résonance, de ce fait le circuit témoin est appelé un *résonateur*.

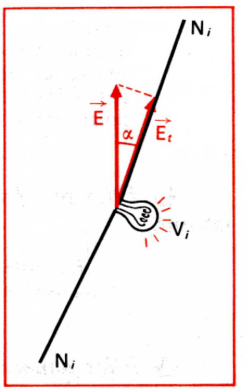
● **Détection du champ électrique par un résonateur ouvert.**

— Soit une antenne faisant un angle α avec le champ électrique oscillant $\vec{E}$.

Sous l'action de la composante $E_t = E \cos \alpha$ les électrons libres de l'antenne se mettent à vibrer à la fréquence de l'onde électromagnétique.

— Pour accorder cette antenne il faut que les deux extrémités soient des nœuds d'intensité, que le milieu soit un ventre d'intensité, c'est-à-dire que l'antenne ait pour longueur une demi-longueur d'onde.

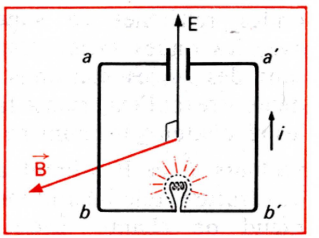
— *Discussion.* L'ampoule brillera au maximum si $\alpha = 0$, donc lorsque l'antenne est parallèle au champ électrique. Pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ le champ électrique ne joue aucun rôle.



● **Détection du champ magnétique par un résonateur fermé.**

Soit un circuit rectangulaire $aba'b'$; soit L l'inductance du circuit, C la capacité du condensateur (parfois une simple coupure).

Ce circuit est traversé par un flux alternatif φ qui induit un courant alternatif de même fréquence que l'onde électromagnétique. L'intensité i, donc l'éclat de la lampe, est maximum :



— lorsque l'induction est perpendiculaire au plan du cadre (le flux est alors maximum);

— lorsque le circuit est accordé, c'est-à-dire pour $LC\omega^2 = 1$ (ω pulsation de l'onde électromagnétique).

REMARQUE

Le rôle du champ électrique est négligeable si $\vec{E}$ est parallèle à ab et $a'b'$; dans ce cas, il n'a aucune action sur les côtés aa' et bb' qui lui sont perpendiculaires; il agit dans le même sens sur ab et $a'b'$, ce qui donne un effet résultant nul.

3 | PROPRIÉTÉS DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

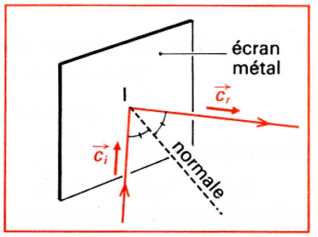
1 ***Elles se propagent en ligne droite dans le vide ou dans un isolant homogène.***

Exemple : une feuille de carton les laisse passer.

2 ***Elles sont arrêtées par les corps conducteurs.***

Exemple : un écran métallique les réfléchit. On peut appliquer les lois de Descartes de la réflexion aux vecteurs célérités $\vec{c}$.

Exemple : une couche ionisée les réfléchit, les absorbe ou les laisse passer suivant leur longueur d'onde. Ainsi les ondes très courtes traversent l'ionosphère et permettent les liaisons Terre-Lune. Les ondes longues s'y réfléchissent, ce qui augmente la portée des émetteurs.

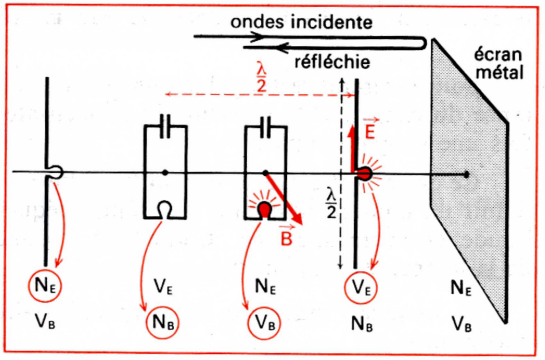


3 ***Elles se réfractent lorsqu'elles passent d'un milieu isolant dans un autre milieu isolant.***

Exemple : on peut construire des lentilles, des prismes en paraffine avec lesquels on réalise les expériences classiques de l'optique.

4 ***Elles donnent des interférences et des ondes stationnaires.***

Décrivons rapidement une expérience d'ondes stationnaires. Une antenne (demi-onde par exemple) émet des ondes électromagnétiques qui se réfléchissent sur un écran métallique perpendiculaire à la direction de propagation incidente. De cette façon les ondes réfléchies se superposent avec les ondes incidentes produisant des ondes stationnaires. On démontre (et l'expérience faite avec les résonateurs le confirme) que les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ vibrent alors en quadrature, que l'écran impose un nœud de champ électrique N_E (donc un ventre d'induction magnétique V_B), enfin que les nœuds (ou les ventres) sont équidistants d'une demi-longueur d'onde. Il y a une quadrature spatiale et temporelle.



En conclusion. Le rapprochement onde électromagnétique - onde lumineuse est évident, à tel point que les propriétés des ondes hertziennes de très très courte longueur d'onde sont *identiques* aux propriétés des infra-rouge de même longueur d'onde.

On a été conduit à admettre que la lumière est une radiation électromagnétique.

Effet thermoélectronique P. 46

1 | ÉTUDE QUALITATIVE

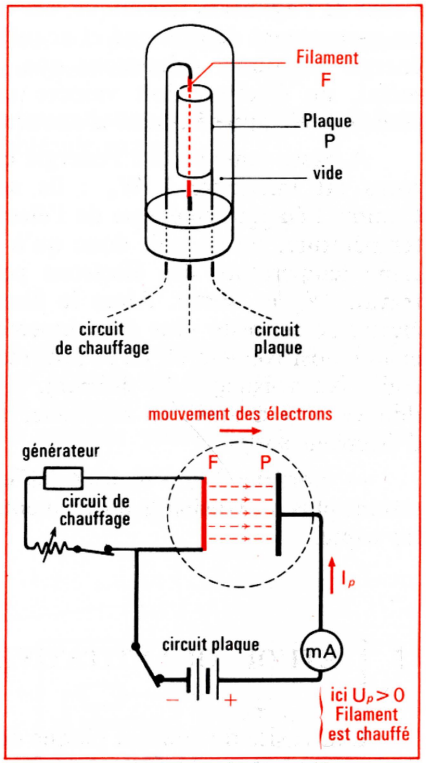
• **Montage.**

Nous utiliserons une diode qui est constituée par deux électrodes (d'où son nom diode) : une plaque P et un filament F, disposées dans une ampoule dans laquelle on a fait le vide.

Le filament (en tungstène) peut être porté à haute température par l'intermédiaire d'un courant de chauffage. Le circuit plaque permet de porter la plaque à un potentiel U_p par rapport au filament.

Sur la figure le pôle + du générateur est relié à la plaque $U_p > 0$.

Si on permute les connexions (pôle — relié à la plaque), alors $U_p < 0$.



• **Expérience.**

— Si le filament n'est pas chauffé, que U_p soit positif ou négatif, aucun courant ne passe dans le milliampèremètre.

— Portons le filament F à l'incandescence.

— Si $U_p > 0$: un courant continu passe dans le circuit plaque, c'est le courant plaque I_p. Ce courant passe dans la diode de la plaque vers le filament bien qu'il y règne le vide.

— Si $U_p \leqslant 0$: aucun courant ne passe.

• ***Conclusion.*** Le courant ne peut passer que dans le sens plaque-filament (à condition que $U_p > 0$ et que la température du filament soit suffisante).

• **Ordres de grandeur.**

La pression de remplissage est inférieure à 10^{-6} mm de mercure.

La tension U_p, en utilisation normale, est de quelques centaines de volts.

L'intensité I_p varie de quelques *m*A à 150 *m*A.

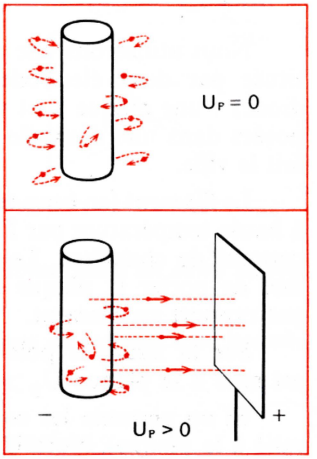
2 | INTERPRÉTATION

— Le courant I_p est dû à un passage d'électrons du filament vers la plaque.

— Le filament émet des électrons lorsque sa température est suffisante : c'est l'effet thermoélectronique.

— Chauffons le filament lorsque $U_p = 0$ (c'est le cas du filament d'une lampe à incandescence ordinaire); que se passe-t-il?

Le filament contient des électrons libres pouvant facilement être mis en mouvement. En particulier sous l'effet de l'agitation thermique, ces électrons prennent un mouvement désordonné et acquièrent une certaine énergie cinétique. Admettons que, pour sortir d'un métal, un électron doit vaincre un certain travail résistant W_0 appelé *travail d'extraction.*

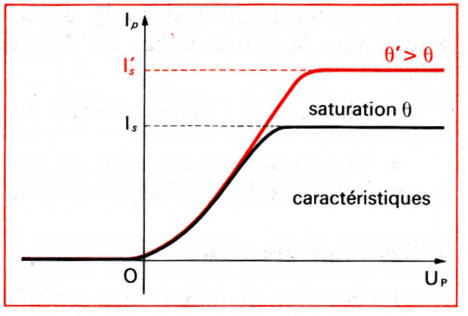


A basse température l'énergie cinétique des électrons est inférieure à W_0 : ils ne peuvent sortir. Comme l'énergie cinétique de l'électron croît avec la température, on conçoit donc qu'à partir d'une certaine température des électrons peuvent vaincre ce travail W_0 et sortir. Alors le filament perdant des électrons ne reste plus électriquement neutre : il se charge positivement et, de ce fait, réattire les électrons émis. Au voisinage du filament, à une température donnée, il y a ainsi, en moyenne, un certain nombre d'électrons sortis.

— Lorsque $U_p > 0$, tous les électrons émis par effet thermoélectronique ne restent plus au voisinage du filament, certains sont attirés par la plaque positive qui les capte.

3 | ÉTUDE QUANTITATIVE

L'intensité du courant plaque dépend de la température du filament θ °C et de la différence de potentiel entre la plaque et le filament U_p.



• Pour une température θ constante. Tant que la tension U_p reste négative, aucun électron n'est capté par la plaque. Lorsque U_p devient positive, il passe un courant qui augmente d'abord avec U_p : autrement dit, le nombre d'électrons captés par la plaque augmente. A partir d'une certaine tension, la plaque attire tous les électrons émis par effet thermoélectronique : l'intensité devient pratiquement constante et égale à I_s : *courant de saturation.*

• Si on augmente la température, le courant de saturation I_s augmente, le débit des électrons émis par effet thermoélectronique augmente donc avec la température.

• ***Remarques.***

— Les courbes représentant I_p en fonction de U_p sont les *caractéristiques* de la diode.

— La charge d'un électron en valeur absolue est $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulomb. A partir de l'intensité de saturation on peut évaluer le nombre d'électrons, n, émis par seconde : $I_s = ne$. Ce nombre n croît très vite avec la température θ.

— Dans la région de caractéristique linéaire, on peut définir une résistance interne R de la diode par $U_p = RI_p$ (R est de quelques centaines d'ohm).

— Il est possible de laisser dans l'ampoule un gaz sous faible pression; il faut alors tenir compte des chocs : électron contre molécule gazeuse.

4 | APPLICATIONS

• L'effet thermoélectronique est utilisé dans un grand nombre de tubes (diode, triode, tube cathodique, tube à rayons X...) pour obtenir des électrons libres dans le vide (ou dans un gaz raréfié) : l'intensité du faisceau d'électrons étant réglée par la température du filament (encore appelé cathode puisque le filament est négatif).

• Les diodes servent surtout à redresser les courants alternatifs.

• ***Exemple :***

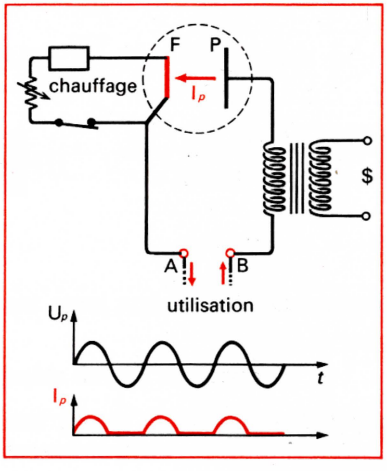
La batterie du circuit plaque est remplacée par une source de tension alternative (nous avons représenté un transformateur).

Pendant une alternance $U_p < 0$ et le courant ne passe pas.

Pendant l'autre alternance $U_p > 0$ et le courant passe de la plaque vers le filament à l'intérieur de la diode.

L'utilisation branchée entre A et B est parcourue par un courant de sens constant : on a redressé « une alternance ».

Il est possible, en utilisant une double diode, de redresser les deux alternances.



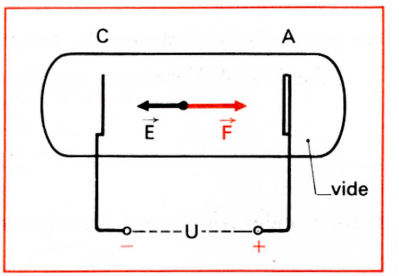
Accélération des électrons par un champ électrique P. 47

1 | ÉNERGIE CINÉTIQUE ACQUISE PAR UN ÉLECTRON

❶ *Dispositif accélérateur.*

Dans un tube à vide, la cathode peut produire des électrons, soit par effet thermoélectronique, soit par effet photoélectrique (voir P. 49).

Ces électrons sont captés par l'anode. On maintient entre les électrodes une différence de potentiel $U = (V_A - V_C) > 0$.



❷ *Énergie cinétique.*

Il existe donc entre l'anode et la cathode un champ électrique $\vec{E}$; les électrons chargés négativement (charge $-e$) subissent une force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$ dirigée vers l'anode. Évaluons leur énergie cinétique Ec, lorsqu'ils arrivent au voisinage de l'anode. Soit Ec_0 leur énergie cinétique lorsqu'ils sortent de la cathode. D'après le théorème de l'énergie cinétique

$$Ec_1 - Ec_0 = \overline{W_F} \qquad \text{ici} \qquad \overline{W_F} > 0$$

D'après la définition de la différence de potentiel : le travail d'une charge q passant de V_A à V_B est $\overline{W} = q(V_A - V_B)$, q étant mesurée algébriquement en coulombs, $(V_A - V_B)$ étant mesurée algébriquement en volts.

Le travail de la force électrique $\overline{W_F}$ est donné par $\overline{W_F} = -e(V_C - V_A)$.
Nous avons posé $V_A - V_C = U$ d'où : $\overline{W_F} = eU$.

En résumé

$$\boxed{Ec_1 - Ec_0 = eU} \quad (1)$$

e en coulomb (C)
U en volt (V)

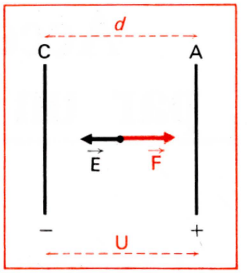
- ***Remarques.***

1° Dans une diode la cathode et l'anode sont aussi appelées respectivement filament et plaque.

2° Le poids de l'électron est tout à fait négligeable devant la force $\vec{F}$.

3° Supposons que l'anode et la cathode soient planes et parallèles de façon à ce que l'ensemble puisse être assimilé à un condensateur plan.

Nous savons dans ce cas que le champ électrique est uniforme et égal à $\vec{E}$. $\vec{E}$ étant un vecteur :



— perpendiculaire aux armatures;

— dirigé vers l'armature négative (c'est-à-dire la cathode)

— de module $E = \frac{U}{d}$ V/*m*, *d* étant la distance anode-cathode.

L'électron est soumis à la force $\vec{F} = -e\vec{E}$.

Le travail de $\vec{F}$, pour passer de la cathode à l'anode, est :

$$W_{\vec{F}} = F \cdot d = eEd = eU$$

on retrouve évidemment le résultat précédent.

De C à A l'électron est alors uniformément accéléré

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{e}{m}\vec{E} \Longrightarrow \gamma = \frac{eU}{md}$$

cette accélération peut être énorme.

❸ *Électron-volt* (eV).

La relation (1) $Ec_1 - Ec_0 = eU$ permet de définir une autre unité d'énergie : l'électron-volt :

L'électron-volt est l'augmentation d'énergie cinétique d'un électron sous l'influence d'une tension accélératrice de 1 volt.

Pour évaluer cette énergie en joule, il suffit dans la relation précédente d'écrire que, pour l'électron $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, et de faire U = 1 volt.

D'où : $\boxed{1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ joules}}$

2 | VITESSE ACQUISE PAR UN ÉLECTRON

Supposons l'énergie cinétique de l'électron Ec_0 à la sortie de la cathode, négligeable par rapport à celle acquise par la suite.

$$Ec_0 \ll Ec_1$$

Soit *m* la masse de l'électron que nous supposerons constante. Soit *v* la vitesse acquise par l'électron sous l'influence de la tension accélératrice U, d'après la relation (1)

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \Longrightarrow \boxed{v = \sqrt{2\frac{e}{m}U}}$$

Application numérique : $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C, $m = 9 \cdot 10^{-31}$ kg

On obtient $v \simeq 600 \sqrt{U}$ km/s

● ***Remarque.***

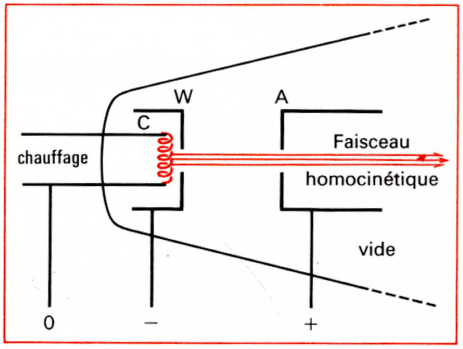
La vitesse pour des tensions élevées peut être considérable; la formule précédente (1) n'est valable que tant que la vitesse v est suffisamment petite par rapport à la célérité de la lumière $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Sinon, il faut utiliser les relations de la mécanique relativiste selon laquelle la vitesse d'un objet ne peut atteindre et dépasser la célérité de la lumière dans le vide (voir p. 51, 1 ❶).

3 | APPLICATION : LE CANON A ÉLECTRONS

— Les électrons sont émis par effet thermoélectronique; on règle l'intensité du faisceau d'électrons en portant la cathode à une température plus ou moins élevée.

— Pour obtenir un faisceau d'électrons parallèle, il faut en fait utiliser plusieurs électrodes (ainsi une électrode cylindrique, le Wehnelt, portée à un potentiel légèrement négatif qui permet de diriger les électrons vers l'orifice de l'anode cylindrique A).

— On règle la vitesse v de sortie des électrons en faisant varier la tension accélératrice.



De cette façon les électrons sortant de l'anode perforée ont pratiquement même vecteur vitesse : le faisceau est pratiquement *homocinétique*.

REMARQUES

● Si le champ électrique à la sortie de l'anode est nul, les électrons ne sont plus soumis qu'à leur poids. En toute rigueur ils prennent une trajectoire parabolique, mais la vitesse de sortie de l'anode est tellement grande que l'arc de parabole se confond avec un segment de droite.

● Le canon à électrons est utilisé dans un grand nombre d'appareils : tube cathodique des oscillographes, des postes de télévision; tube à rayons X; miscrocope électronique...

Propriétés des faisceaux d'électrons (oscillographe électronique) P. 48

Les faisceaux d'électrons peuvent être produits de deux façons :

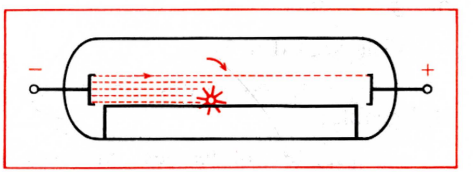
— en accélérant les électrons produits par effet thermoélectronique, *dans le vide* (voir le canon à électrons, P. 47, 3);

— en maintenant une différence de potentiel élevée (quelques *k*V), entre deux électrodes métalliques, anode et cathode, *dans une atmosphère raréfiée* (10^{-2} mm de Hg). On a alors un tube de *Crookes*. Sachons que les électrons sont émis normalement à la cathode et ce quelle que soit la position de l'anode.

1 | ÉNERGIE DES FAISCEAUX D'ÉLECTRONS

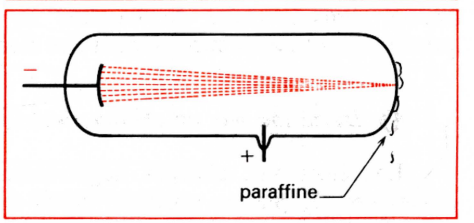
❶ *Effet mécanique.*

Les ailettes du moulinet sont bombardées par les électrons. Le moulinet tourne et roule vers l'anode.



❷ *Effet thermique.*

Le verre du tube frappé par le faisceau d'électrons s'échauffe. La paraffine collée à cet endroit fond.



❸ *Effets chimiques.*

— Les plaques photographiques sont impressionnées par les faisceaux d'électrons (le chlorure d'argent est *réduit* à l'état d'argent : un faisceau d'électrons est réducteur).

— Un verre contenant de l'oxyde de plomb devient gris : l'oxyde peu à peu se réduit à l'état de plomb.

- **Application :** photographie au microscope électronique.

❹ *Effets lumineux.*

Certaines substances émettent de la lumière lorsqu'elles reçoivent un faisceau d'électrons : elles deviennent *fluorescentes*. Ainsi le verre émet une lumière verte.

• **Application :** couches fluorescentes des tubes d'oscillographes électroniques ou de télévision.

5 ***Conclusion.***

L'énergie cinétique des électrons peut être transformée en énergie mécanique (1), calorifique (2), chimique (3), rayonnante (4). Dans ce dernier cas, on peut obtenir de la lumière mais aussi des rayons X (voir P 50).

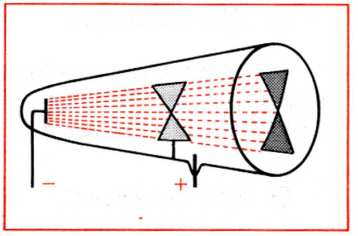
2 | PROPAGATION

1 ***Absorption.***

Les électrons sont arrêtés par la matière : le verre du tube de Cookes, une plaque d'aluminium; l'air sous pression normale les arrête.

2 ***Propagation rectiligne*** (vide, ou gaz raréfié).

On observe sur le fond du tube l'ombre portée de la plaque d'aluminium : les électrons se déplacent en ligne droite.



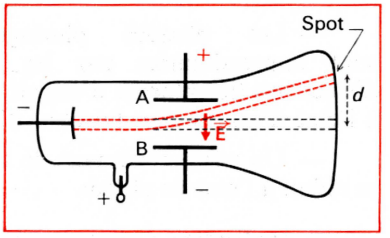
Cela veut dire :

— que le poids des électrons joue un rôle négligeable;

— que les molécules gazeuses qui restent encore dans le tube de Cookes ne perturbent pratiquement pas le mouvement des électrons.

3 ***Déviation par un champ électrique.***

Les électrons, chargés négativement, sont déviés vers la plaque positive. Nous démontrerons en exercice :



— que les électrons (en supposant le champ électrique entre les deux plaques A et B uniforme) ont, dans la traversée du condensateur AB, des trajectoires paraboliques;

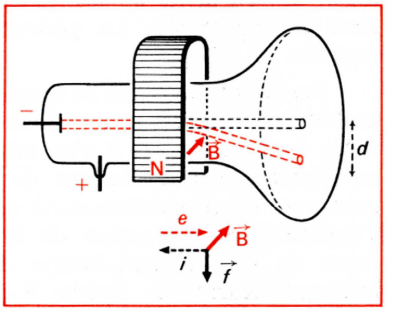
— que le déplacement *d* du spot (point d'impact fluorescent) est proportionnel à la tension U existant entre A et B.

REMARQUE

A et B sont souvent appelées des plaques déflectrices.

❹ *Déviation par un champ magnétique.*

Le mouvement des électrons vers la droite représente un courant électrique orienté vers la gauche. D'après la loi de Laplace, le faisceau est dévié dans un plan perpendiculaire au vecteur inducteur $\vec{B}$. D'après la règle d'Ampère (ou règle des trois doigts) la déviation est ici vers le bas.



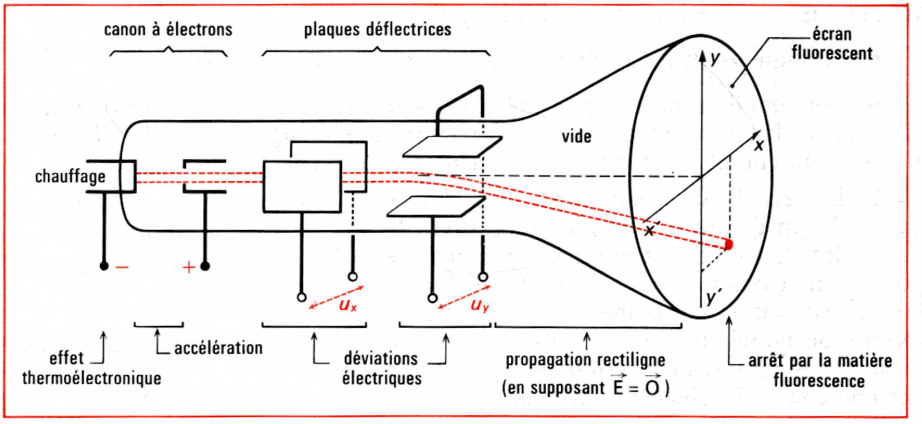
Nous démontrerons en exercice :

— que dans un champ magnétique uniforme, les électrons ont des trajectoires circulaires;

— que le déplacement d du spot est proportionnel à l'induction B.

3 APPLICATION : L'OSCILLOGRAPHE (OU OSCILLOSCOPE) ÉLECTRONIQUE

❶ *Description.*



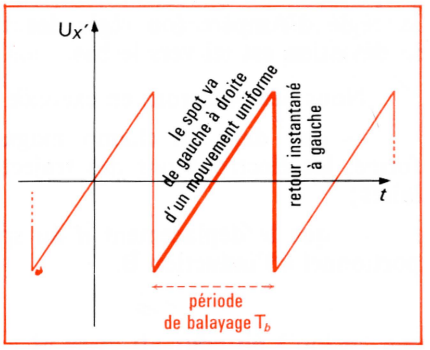
L'oscillographe que nous avons représenté possède deux paires de plaques déflectrices : une paire de plaques déflectrices verticales soumises à la tension u_x qui donne au spot un déplacement x proportionnel à u_x ; une paire de plaques déflectrices horizontales soumises à la tension u_y qui donne au spot un déplacement y proportionnel à u_y.

REMARQUE

Dans les postes de télévision, les déviations sont le plus souvent dues à des champs magnétiques créés par deux bobines à axes perpendiculaires.

❷ *Balayage.*

Quand on a besoin d'étudier les variations d'une tension u_y en fonction du temps, on applique alors sur les plaques déflectrices verticales une tension périodique u_x, en dents de scie produite par des circuits appropriés. La période de u_x est réglable.



Pendant l'intervalle de temps T_b (période de balayage), u_x est proportionnel au temps, de la forme $u_x = at$; il s'ensuit que le spot se déplace horizontalement de $x = kat$ (k constante de proportionnalité dépendant de l'appareil). Sous l'action de la tension en dents de scie le spot balaye donc l'écran horizontalement, de gauche à droite, d'un mouvement uniforme; le retour à gauche est pratiquement instantané.

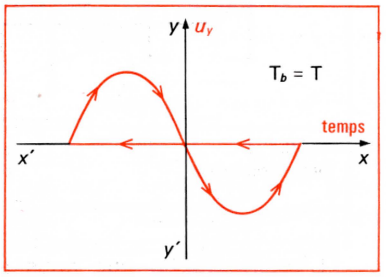
❸ *Étude d'un phénomène périodique.*

- Soit un phénomène périodique de période T (T étant faible). A l'aide d'un appareil approprié on produit une différence de potentiel u_y proportionnelle au phénomène à étudier; u_y a donc pour période T. (*Exemples :* un microphone pour les vibrations de l'air, une résistance non inductive pour une intensité périodique...) Appliquons u_y entre les plaques horizontales.

- Appliquons entre les plaques verticales la tension de balayage u_x.

- Horizontalement le déplacement du spot est proportionnel au temps, verticalement le déplacement du spot est proportionnel à u_y; le spot décrit donc une courbe représentant u_y (donc le phénomène à étudier) en fonction du temps.

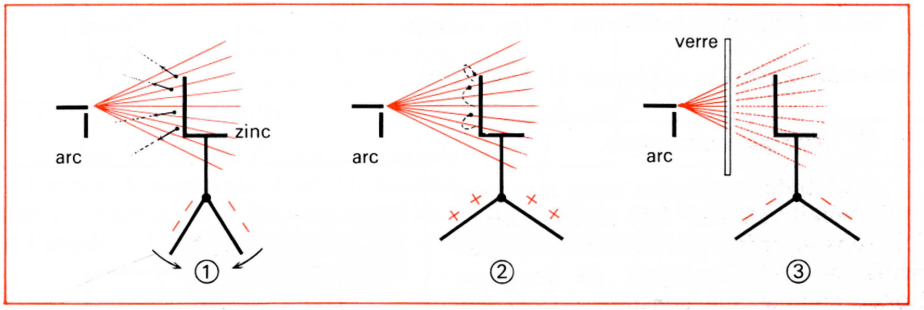
Si la période de balayage T_b est choisie égale à T (on dit qu'il y a synchronisation). la courbe décrite par le spot se reproduit identique à elle-même (tous les temps $T_b = T$). Si la fréquence est suffisante (supérieure à quelques dizaines de hertz), la persistance de la fluorescence et des impressions rétiniennes permet de voir une courbe lumineuse, continue, fixe.



Le faisceau d'électrons a une très faible inertie (comparée à celle d'une aiguille de voltmètre), l'oscillographe électronique permet d'étudier des phénomènes variant rapidement (fréquence allant jusqu'à 10^6 hertz).

Effet photoélectrique P. 49

1 | ÉTUDE QUALITATIVE



Fixons sur un électroscope une lame de zinc bien propre. Électrisons l'ensemble et éclairons cette lame de zinc avec un arc électrique.

— Dans l'expérience ❶ (lumière provenant directement de l'arc, électroscope chargé négativement), on constate que les deux feuilles de l'électroscope retombent rapidement : la lame de zinc sous l'action des radiations données par l'arc, émet des électrons qui s'éloignent car l'électroscope les repousse. L'ensemble électroscope-lame perd des électrons : l'électroscope se décharge.

— Dans l'expérience ❷ (électroscope chargé positivement), on constate que les feuilles restent écartées d'un angle constant. La lame de zinc, éclairée comme dans l'expérience ❶, émet encore des électrons, mais ceux-ci sont recaptés par l'électroscope chargé positivement : la charge de l'ensemble ne change pas.

— Dans l'expérience ❸, on a interposé entre l'arc et la lame de zinc une plaque de verre qui arrête l'ultra-violet; on constate que les feuilles restent écartées d'un angle constant. Pour qu'il y ait émission d'électrons par un métal, ce qu'on appelle l'*effet photoélectrique*, il faut donc choisir les rayonnements.

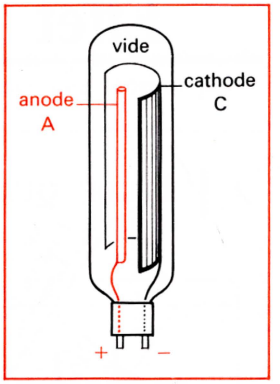
2 | ÉTUDE QUANTITATIVE

❶ *Cellule photoélectrique.*

C'est un tube à vide comportant deux électrodes :

— une cathode qui est une plaque métallique concave, revêtue intérieurement d'une couche photoémissive (par exemple d'un métal alcalin tel le potassium);

— d'une anode qui est un fil ou une boucle métallique destinée à collecter les électrons émis par effet photoélectrique.



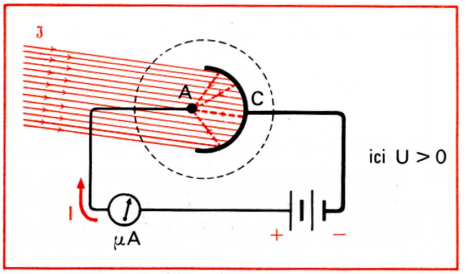
Nous allons étudier comment varie l'intensité du courant à travers la cellule. Cette intensité I dépend :

— de la radiation monochromatique utilisée que nous caractériserons par sa longueur d'onde λ ou sa fréquence ν;

— de l'intensité lumineuse $\mathcal{J}$ (en watts);

— de la tension appliquée $U = V_A - V_C$.

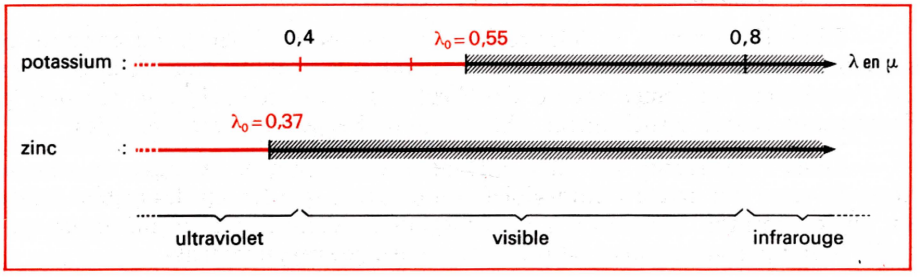
❷ *Seuil photoélectrique.*



• L'étude qualitative nous a montré qu'il fallait choisir les rayonnements. Éclairons un métal pur avec des rayonnements monochromatiques de longueur d'onde connue. On constate : *si la longueur d'onde λ est supérieure à une valeur bien définie λ_0*, quelle que soit l'intensité lumineuse $\mathcal{J}$, *il n'y a pas de courant* I, c'est-à-dire pas d'effet photoélectrique.

λ_0 définit le *seuil photoélectrique;* il est caractéristique du métal éclairé.

• **Exemples.**



• **En résumé.** Pour observer l'effet photoélectrique il faut donc :

$$\lambda \leqslant \lambda_0$$

comme $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$ ν fréquence

cela revient à dire que

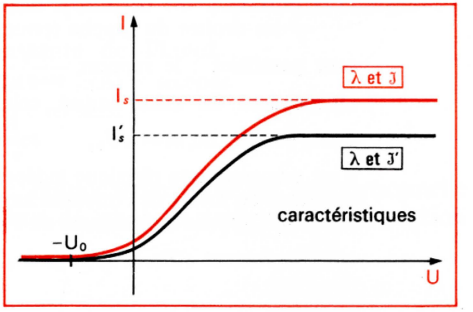
$$\nu \geqslant \nu_0$$

λ_0 est la longueur d'onde du seuil photoélectrique.

$\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda_0}$ est la fréquence du seuil photoélectrique.

❸ *Potentiel d'arrêt.*

• Soit un faisceau monochromatique donné ($\lambda \leqslant \lambda_0$ est donné, l'intensité lumineuse $\mathcal{J}$ est donnée). Faisons varier la tension $U = V_A - V_C$ et mesurons pour chaque valeur de U l'intensité du courant I (on obtient la courbe rouge).

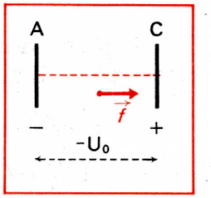


Si $V_A - V_C$ est trop négative, les électrons émis par la plaque C sont réattirés par elle ($\Longrightarrow$ I = 0).

A partir d'une certaine valeur négative $U = -U_0$ (U_0 nombre arithmétique) certains électrons atteignent le fil A. U_0 est le *potentiel d'arrêt.*

Ensuite le nombre d'électrons captés par l'anode A augmente avec U, au-delà d'une certaine tension positive, tous les électrons émis par la cathode sont captés par l'anode : I devient constant, on a atteint la saturation (voir ❹).

• Étudions la cellule lorsque $U = -U_0$. C'est un cas limite :



— si U est légèrement inférieur à $-U_0$, aucun électron n'arrive en A, pour $U = -U_0$ les électrons arrivent donc en A à vitesse nulle;

— ces électrons qui arrivent en A malgré la force électrique qui les freine sont ceux qui sortent de C avec la plus grande énergie cinétique $Ec,_m$. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et C.

$0 - Ec,_m = \overline{W}$ $\overline{W}$ est le travail de la force électrique, c'est ici un travail résistant $\overline{W} = -eU_0$ (*e* charge arithmétique de l'électron), d'où

$$Ec,_m = eU_0$$

le potentiel d'arrêt permet de connaître l'énergie cinétique maximale de sortie des électrons.

• De quoi dépend le potentiel d'arrêt?

— le potentiel d'arrêt est indépendant de l'énergie lumineuse. Recommençons l'expérience avec un faisceau monochromatique de même longueur d'onde mais d'intensité lumineuse $\mathcal{J}'$ (par exemple $\mathcal{J}' < \mathcal{J}$), on constate que le potentiel d'arrêt $-U_0$ ne change pas (courbe noire);

— le potentiel d'arrêt augmente avec la fréquence du rayonnement utilisé.

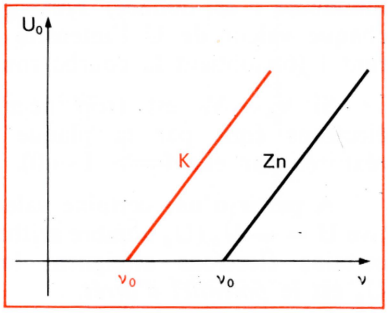
Utilisons des radiations de longueur d'onde différentes et deux cellules : l'une ayant une cathode en potassium, l'autre en zinc.

On constate que :

— le potentiel d'arrêt est fonction affine croissante de la fréquence ν;

— les droites du graphe (pour Zn et K) sont parallèles : le rapport $\frac{U_0}{\nu - \nu_0}$ est donc indépendant du métal utilisé, cela entraîne donc, comme $Ec, m = eU_0$, $\frac{Ec, m}{\nu - \nu_0} = h$, h est une constante physique indépendante de la nature du métal, de l'intensité lumineuse $\mathcal{J}$, ... : on l'appelle la constante de Planck.

Finalement : $Ec, m = h\nu - h\nu_0$.



• **En résumé :** L'énergie cinétique maximale de sortie des électrons, indépendante de l'intensité lumineuse $\mathcal{J}$, augmente avec la fréquence du rayonnement.

4 *Courant de saturation.*

A partir d'une certaine tension positive l'intensité devient constante, soit I_s cette valeur limite appelée courant de saturation.

Pour des rayonnements monochromatiques de même longueur d'onde, on vérifie que $\frac{I_s}{\mathcal{J}} = \frac{I'_s}{\mathcal{J}'} = \ldots$: le courant de saturation est proportionnel à l'intensité lumineuse.

Application. En mesurant le courant de saturation d'un cellule on peut comparer les intensités lumineuses de deux rayonnements de même λ (ou plus généralement de deux rayonnements de même composition spectrale).

3 | INTERPRÉTATION : HYPOTHÈSE DES PHOTONS

1 *Travail d'extraction.*

Pour faire sortir un électron libre d'un métal, il faut fournir l'énergie W_0 appelée travail d'extraction. Cette énergie est en général, d'autant plus faible que le métal est plus électropositif : ainsi elle est plus faible pour le potassium que pour le zinc.

La théorie des vibrations lumineuses ne peut expliquer les résultats expérimentaux précédents.

❷ *Photons.*

Il a fallu admettre (vers 1900) que l'énergie transportée par un faisceau lumineux est répartie en petits grains appelés *photons*. Un faisceau de lumière monochromatique de fréquence ν est constitué par des photons qui se propagent à la vitesse de la lumière et qui transportent une quantité ou *quantum* d'énergie :

$$W = h\nu$$

h : constante de Planck
$h = 6{,}62.10^{-34}$ joule × seconde
ν fréquence en hertz
W en joules

L'intensité lumineuse $\mathcal{J}$ d'un faisceau monochromatique est proportionnelle au débit de photons (c'est-à-dire au nombre de photons traversant une section du faisceau par seconde).

REMARQUE

Pour un courant électrique $I = ne$ (e charge de l'électron).

Pour un faisceau lumineux monochromatique $\mathcal{J} = nW$ (W quantum d'énergie du photon).

n : nombre par seconde.

❸ *Interprétation de l'effet photoélectrique.*

Lorsqu'un photon pénètre dans un métal plusieurs cas sont possibles :

1er *cas* : $h\nu < W_0$, l'énergie du photon est inférieure au travail d'extraction : il n'y a pas d'effet photoélectrique. On remarque que les photons ne peuvent s'associer pour extraire un électron : il s'agit d'un acte individuel.

2e *cas* : $h\nu \geqslant W_0$.

- le photon reste intact ou se transforme en chaleur.
- ou le photon a son énergie W utilisée pour l'extraction d'un électron, l'excédent d'énergie apparaît sous forme d'énergie cinétique communiquée à l'électron.

On retrouve donc ainsi :

— l'existence du seuil (2❷) : pour qu'il y ait extraction d'un électron :

$$h\nu \geqslant W_0 \qquad \nu \geqslant \frac{W_0}{h} = \nu_0$$

— l'énergie cinétique maximale de sortie des électrons est telle que :

$$h\nu = Ec,m + W_0 \implies Ec,m = h\nu - W_0 = h(\nu - \nu_0) \quad (2❸).$$

- L'effet photoélectrique se fait avec un certain rendement : le nombre d'électrons émis est proportionnel au nombre de photons frappant la cathode : ainsi s'explique le résultat du 2❹ : l'intensité de saturation est proportionnelle à l'intensité lumineuse.

REMARQUE :

La lumière nous paraît avoir :

— un caractère vibratoire (*Exemple :* interférences);

— un caractère corpusculaire (*Exemple :* effet photoélectrique).

La mécanique ondulatoire de Louis de Broglie (1924) permet de concilier ses deux aspects.

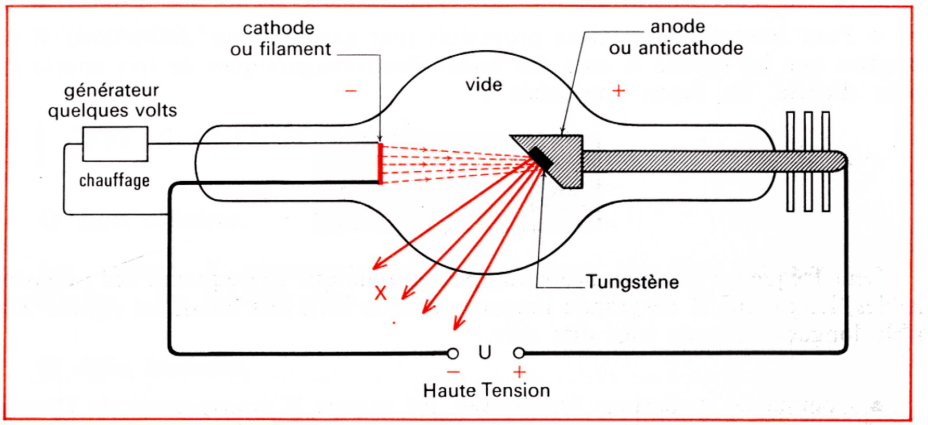
4 APPLICATIONS

• La cellule photoélectrique à vide « répond » instantanément à toute variation d'intensité du faisceau qui éclaire la cathode, cela conduit à de nombreuses utilisations : œil électronique, ouverture automatique des portes, piste sonore de certains films, caméra de télévision...

• La cellule photoélectrique est employée pour mesurer des intensités lumineuses (en photographie).

Rayons X P. 50

1 | PRODUCTION



On obtient des rayons X en bombardant un obstacle métallique par des électrons lancés à grande vitesse.

L'appareil le plus utilisé est le tube *Coolidge*. C'est une ampoule dans laquelle on a réalisé un vide poussé. Un filament (ou cathode) chauffé par un courant basse tension produit des électrons par effet thermoélectronique. Ces électrons sont accélérés par une haute tension U (de plusieurs dizaines de milliers de volts), ils bombardent l'anode (ou anticathode) qui émet un rayonnement X.

REMARQUES

❶ A peu près 1 % de l'énergie cinétique des électrons se transforme en rayons X, le reste se transforme en chaleur. Il faut donc : d'une part que l'obstacle soit peu fusible (on utilise une plaque de tungstène qui ne fond qu'à 3 500 °C), d'autre part évacuer la chaleur à l'extérieur du tube (les solutions sont variées : anticathode massive en cuivre munie d'ailettes, anticathode creuse parcourue par un courant d'eau, anticathode tournante...).

❷ La surface de tungstène qui émet est très réduite : les rayons X proviennent pratiquement d'une source ponctuelle.

❸ C'est Roentgen (1895) qui découvrit les rayons X; ce nom provient du fait que, pendant presque vingt ans, la nature de ces rayons resta inconnue.

2 | NATURE DES RAYONS X

● Les rayons X ne sont pas formés de particules électrisées :

— ils ne transportent pas de charge électrique;

— ils ne sont pas déviés par un champ électrique;

— ils ne sont pas déviés par un champ magnétique.

● Pour interpréter certaines propriétés (par exemple leur diffraction), il faut admettre que les rayons X sont des ondes électromagnétiques de très courte longueur d'onde. De façon approchée :

$$\frac{1}{100}\text{ Å} < \lambda < 100\text{ Å}$$

Leur fréquence est donc beaucoup plus grande que la fréquence des radiations visibles, les rayons X de grande longueur d'onde sont dits *mous*, les rayons X de faible longueur d'onde sont dits *durs*.

● Comme les radiations lumineuses, les rayons X transportent de l'énergie sous forme de photons. Chaque photon a un quantum d'énergie

$$W = h\upsilon.$$

Il s'en suit que les photons X sont beaucoup plus énergétiques que les photons lumineux.

3 | FONCTIONNEMENT DU TUBE COOLIDGE

● Les électrons qui arrivent sur l'anticathode ont l'énergie cinétique $Ec = eU$ (P. 47, 1 ❷).

● Lorsqu'un électron frappe l'anticathode, deux cas sont possibles :

1er *cas* : l'énergie cinétique se transforme en chaleur.

2e *cas* : l'énergie cinétique se transforme en énergie rayonnante. On remarque que les électrons ne peuvent s'associer pour donner un photon X : il s'agit d'un acte individuel. Le photon X qui prend naissance a donc au maximum pour énergie eU

$$h\upsilon \leqslant eU \qquad \boxed{\upsilon \leqslant \frac{eU}{h}} \qquad \text{ou comme } \lambda = \frac{c}{\upsilon} \qquad \boxed{\lambda \geqslant \frac{hc}{eU}}$$

Un tube à rayons X, alimenté sous la tension U, donne donc des rayons de différente longueur d'onde, la plus petite longueur d'onde émise est $\frac{hc}{eU}$: elle correspond aux rayons X les plus durs émis par le tube.

• Comment régler le fonctionnement?

— la tension U règle la longueur d'onde minimale émise;

— le courant de chauffage permet de régler le débit électronique, donc le débit en photons X qui lui est proportionnel; c'est-à-dire permet de régler l'intensité du rayonnement X.

4 | EFFETS ÉNERGÉTIQUES

❶ *Effet chimique.*

Les rayons X impressionnent les plaques, les films photographiques. Application : les radiographies.

❷ *Effet lumineux.*

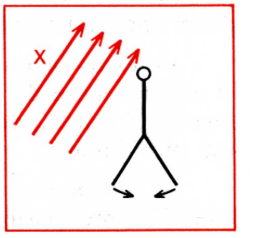
Les rayons X excitent la fluorescence de certaines substances : ainsi le platino-cyanure de baryum émet une vive lumière verte.

Application : radioscopie.

❸ *Effet photoélectrique.*

Les rayons X frappant un métal expulsent des électrons : l'énergie du photon X étant importante, l'énergie cinétique maximale de ces électrons émis est grande (voir P. 49, 3 ❸). Signalons qu'il y a en même temps émission de rayons X secondaires, plus mous.

❹ *Effet ionisant.*



• Faisons passer au voisinage d'un électroscope chargé un faisceau de rayons X : l'électroscope se décharge quel que soit le signe de la charge initiale (il ne s'agit donc pas d'effet photoélectrique, voir P. 49, 1).

• Interprétons. Les rayons X rendent l'air conducteur en transformant les molécules de l'air en ions positifs et négatifs : l'électroscope attire les ions de signe contraire à sa charge et revient ainsi peu à peu à la neutralité.

REMARQUE

Les quantités de rayons X reçus se mesurent en rœntgens. Le rœntgen est une unité liée au pouvoir ionisant.

❺ *Effet physiologique.*

• *Effet destructif.* A partir d'une certaine dose reçue par l'organisme, il apparaît des troubles graves : brûlures, diminution du nombre de globules rouges.

• *Effet curatif.* On constate que les cellules des tissus embryonnaires et cancéreux sont les plus sensibles aux rayons X. On utilise donc des rayons X durs pour détruire les cellules cancéreuses.

5 | EFFETS DE PROPAGATION

❶ *Propagation rectiligne.*

Dans la plupart des milieux, homogènes ou non, les rayons X se propagent en ligne droite : il n'y a pas, pratiquement, de réfraction.

❷ *Absorption.*

Dans leur propagation, les rayons X sont plus ou moins absorbés par la matière.

• L'absorption est une propriété atomique : ainsi l'atome de P*b* a le même pouvoir absorbant qu'il soit apporté par du plomb métallique, du minium, du cristal, des sels de plomb...

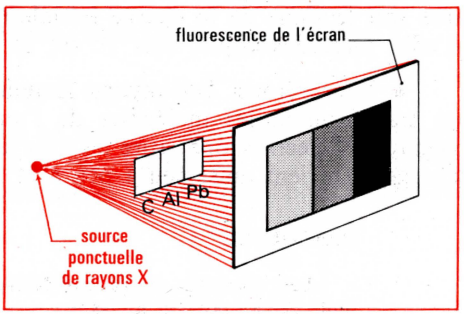
• L'absorption augmente rapidement avec le numéro atomique des atomes absorbants.

Ainsi en radioscopie ou radiographie, on étudie l'ombre portée par un faisceau de rayons X traversant l'organe, la pièce métallique, la pierre précieuse... à étudier. Étudions rapidement le cas de la radiographie d'un bras :

— les muscles, le sang... sont constitués d'éléments de faible numéro atomique (H : $Z = 1$; C : $Z = 6$; N : $Z = 7$; O : $Z = 8$); il y aura peu d'absorption, donc une ombre portée peu intense;

— les os riches en calcium : $Z = 20$ et en phosphore $Z = 15$ absorbent davantage les rayons X, donc leur ombre portée est plus intense;

— si le bras contient un éclat métallique, l'ombre portée par cet éclat sera très intense.



Remarquons que l'ombre portée est facile à exploiter puisqu'il n'y a aucune réfraction.

• L'absorption augmente rapidement avec l'épaisseur du milieu traversé. Ainsi pour se protéger des rayons X faut-il utiliser des épaisseurs suffisantes, de matière en général à base de plomb (atome très absorbant).

• L'absorption augmente avec la longueur d'onde du faisceau X, les rayons X durs (λ faible) sont très *pénétrants*, les rayons X mous (λ important) sont facilement absorbés.

❸ *Diffraction.*

Comme les radiations lumineuses, les rayons X sont diffractés par des obstacles dont les dimensions sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde.

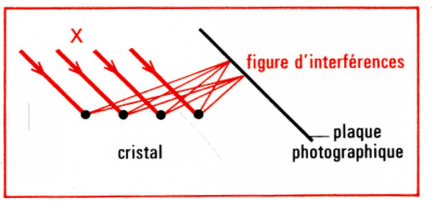
Les cristaux sont justement formées de particules (atomes, ions, molécules) régulièrement réparties dans l'espace, formant des obstacles périodiques dont l'équidistance est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des rayons X.

Les rayons X sont donc diffractés par les cristaux. Les rayons diffractés interfèrent donnant une certaine figure d'interférences dont l'aspect dépend de la longueur d'onde des rayons X et de la structure du cristal.

L'étude de ces figures permet de :

— mesurer la longueur d'onde des rayons X si la structure du cristal est connue;

— déterminer la structure du cristal (position et distance des atomes) si on utilise des rayons X connus;



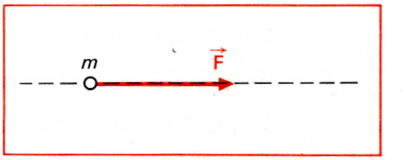
— connaître la composition d'un mélange de poudres cristallines....

La diffraction des rayons X est un moyen très important d'investigation de la matière, elle est très utilisée dans les laboratoires et l'industrie.

Masse et énergie P. 51

1 | LA RELATION D'EINSTEIN

❶ *Masse.*



Lorsqu'un point matériel est accéléré par une force $\vec{F}$, le travail de cette force, W, représente l'énergie reçue par le point, ou encore l'accroissement de son énergie cinétique. Nous ne faisons qu'appliquer le théorème de l'énergie cinétique, conséquence du principe fondamental de la dynamique (P.7; P.16), c'est-à-dire que nous nous plaçons dans le cadre de la mécanique classique, dans ces conditions la masse m du point matériel reste invariable quel que soit son mouvement.

La mécanique relativiste modifie radicalement ce point de vue, dans cette théorie, la masse d'un point dépend de sa vitesse :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Remarques.

- c est la célérité de la lumière dans le vide.
- $v = 0 \Longrightarrow m = m_0$, c'est la masse au repos.
- $v \ll c \Longrightarrow m \simeq m_o$. C'est le domaine d'application de la mécanique classique.
- Si $v \to c$, alors $m \to \infty$, ce qui explique pourquoi la vitesse d'un point matériel ne peut atteindre celle de la lumière.

❷ *Masse, énergie.*

- Plus généralement, on démontre le théorème suivant :

Lorsqu'un système reçoit (ou perd) l'énergie W, sa masse augmente (ou diminue) d'une quantité Δm,

$$W = \Delta m \cdot c^2$$

J kg m/s

- **Remarques.**

Précisons que cette variation de masse se produit alors que le système n'échange pas de matière avec l'extérieur.

On notera l'importance du coefficient numérique, $c^2 = 9 \cdot 10^{16}$ $u \cdot S \cdot I$ Un échange de grandes quantités d'énergie, à notre échelle, ne s'accompagne que d'une faible variation de masse.

- **Applications.**

On sait que le pouvoir calorifique d'un combustible est mesuré par le rapport : $\frac{W}{m}$; W est la quantité de chaleur dégagée par une masse m de combustible. Le pouvoir énergétique d'une réaction, chimique ou nucléaire, se mesure de même, m est la masse des réactifs, ou des produits de la réaction (en négligeant la variation de masse), W l'énergie libérée, le plus souvent c'est de la chaleur.

Appliquons la relation d'Einstein :

$$\frac{W}{m} = \frac{\Delta m}{m} \cdot c^2$$

La variation relative de masse, $\frac{\Delta m}{m}$, mesure donc les possibilités énergétiques d'une réaction.

Pour les réactions chimiques : $\frac{\Delta m}{m}$ est inférieur à 10^{-9}.

Pour les réactions nucléaires : $\frac{\Delta m}{m}$ est de l'ordre de 10^{-3}.

- **Conséquences.**

Les réactions nucléaires donnent des quantités d'énergie, environ un million de fois plus grandes, que les réactions chimiques, pour des quantités de produits analogues. Ce qui explique l'intérêt de l'énergie nucléaire (piles atomiques).

Les variations de masses au cours des réactions chimiques sont trop faibles pour être décelées, même avec les balances les plus sensibles. Le principe de Lavoisier reste donc valable, rappelons son énoncé : la masse totale des réactifs qui disparaissent au cours d'une réaction chimique égale la masse totale des produits qui apparaissent.

Par contre les variations de masses qui se produisent au cours des réactions nucléaires sont mesurables. En mesurant également l'énergie échangée W, pour certaines réactions, on a pu vérifier expérimentalement la relation d'Einstein.

2 | DÉFAUT DE MASSE

❶ *Définition.*

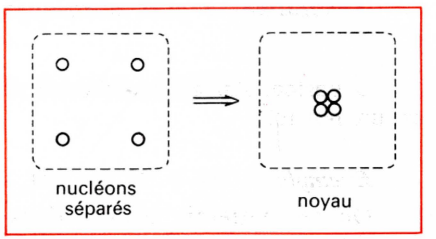
Le spectrographe de masse permet de mesurer les masses des nucléons et des noyaux d'atomes avec une grande précision. On constate alors que la masse, m_a, d'un noyau d'atome, n'est pas égale à la somme des masses, m_n, de ses nucléons (protons, neutrons).

$$m_a < \Sigma m_n \quad \text{la différence :} \quad \Delta m = (\Sigma m_n) - m_a$$

s'appelle le *défaut de masse*.

❷ *Énergie de cohésion.*

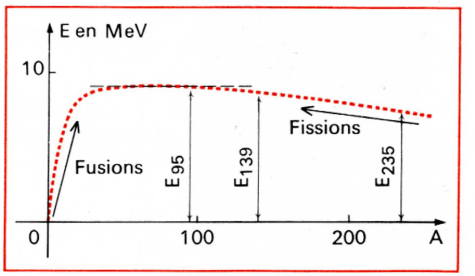
Imaginons la transformation au cours de laquelle des nucléons se regroupent pour former un noyau. Cette transformation s'accompagne d'une diminution de masse, Δm, donc, d'après le théorème précédent d'une libération d'énergie, W.



Inversement, si nous voulions séparer les uns des autres tous les nucléons du noyau, il faudrait fournir la quantité d'énergie, W. Cette quantité est d'autant plus grande que le noyau est plus difficile à disloquer, on l'appelle l'*énergie de cohésion* du noyau, elle en mesure la stabilité.

La relation entre le défaut de masse, Δm, d'un noyau et son énergie de cohésion W, est immédiate, il suffit d'écrire la relation d'Einstein : $W = \Delta m \cdot c^2$.

❸ *Énergie de cohésion par nucléon.*



• Afin de comparer la stabilité des noyaux qui peuvent comporter des nombres très différents de nucléons (de un à plusieurs centaines), il est commode de considérer l'énergie relative à chaque nucléon, soit : $E = \frac{W}{A}$. A est le nombre de masse (ou de nucléons).

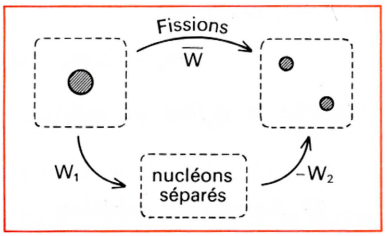
On voit sur le graphe de $E = f(A)$ que les noyaux légers, et les noyaux lourds présentent une énergie E plus faible que les noyaux moyens. Nous allons voir que les réactions nucléaires susceptibles de libérer de l'énergie se font à partir de noyaux appartenant aux deux premières catégories. Notons également que les éléments radioactifs naturels, qui se désintègrent spontanément (P.52), ont des noyaux lourds.

● **Fission.** Au cours de cette réaction, un noyau lourd se brise en donnant plusieurs noyaux.

Exemple : $n + {}^{235}U \rightarrow {}^{95}Sr + {}^{139}Xe + 2n$ (n : neutron)

Soit W_1 l'énergie de cohésion de ^{235}U : $W_1 = 235\ E_{235}$; W_2 la somme des énergies des noyaux obtenus : $W_2 = 95\ E_{95} + 139\ E_{139}$, comme E_{95} et E_{139} sont supérieures à E_{235} (voir courbe) $\Longrightarrow W_2 > W_1$).

Appliquons le principe de l'état initial et de l'état final (P.25) en considérant la transformation réelle (fission) et une transformation imaginée (séparation puis regroupement des nucléons) : $\overline{W} = W_1 - W_2$, $\overline{W}$ est donc négatif : la réaction *libère* l'énergie : $W = W_2 - W_1$ (voir P. 25, 2).



Applications : piles atomiques, bombe A.

● **Fusion.** Au cours de cette réaction, plusieurs noyaux légers se regroupent en un noyau.

Exemple : ${}^{2}H + {}^{3}H \rightarrow {}^{4}H_e + n$.

On démontrerait, comme dans le cas précédent, qu'une telle réaction libère de l'énergie, mais on voit sur la courbe, très dissymétrique, que les variations d'énergie E sont beaucoup plus importantes, ce qui explique l'intérêt de l'*énergie thermonucléaire*, qui fait intervenir ce type de réaction.

Applications : bombe H, énergie des étoiles, du soleil.

Radioactivité P. 52

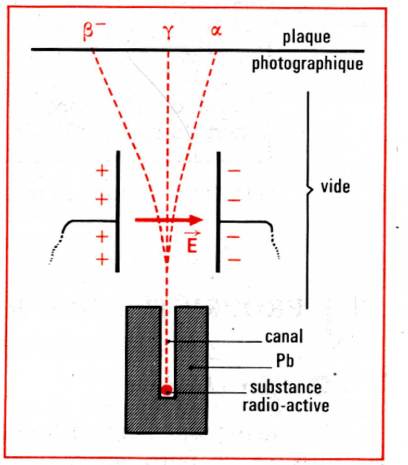
En 1896 : découverte par Becquerel de la radioactivité naturelle.
1898 et 1899 : découverte par Pierre et Marie Curie du polonium et du radium.
1932 : Chadwick découvre le neutron, Anderson le positon.
1934 : Irène et Frédéric Joliot Curie découvrent la radioactivité artificielle.
1940-44 : mise au point de la fission; depuis 1954 mise au point de la fusion.

Certains atomes ont des noyaux instables qui se désintègrent spontanément, cette désintégration et les phénomènes qui l'accompagnent constituent la *radioactivité*.

1 | LES QUATRE RAYONNEMENTS RADIOACTIFS

❶ *Source naturelle.*

On place au fond d'un creuset en plomb une substance radioactive (pechblende par exemple). Seuls les rayonnements émis dans la direction du canal sortent du creuset, les autres sont arrêtés par le plomb. On soumet ces rayonnements, dans le vide, à l'action d'un champ électrique $\vec{E}$ perpendiculaire à la direction du canal. On détecte les rayonnements par une plaque photographique.



Sur cette plaque on observe trois taches α, γ, β^-, correspondant à trois types de rayonnement :

— le rayonnement α, attiré par le plateau négatif, transporte de l'électricité positive;

— le rayonnement γ n'est pas dévié;

— le rayonnement β^-, attiré par le plateau positif, transporte de l'électricité négative.

❷ *Source artificielle.*

Certaines substances radioactives artificielles donnent une tache β^+. Cette tache correspond au rayonnement β^+, attiré par le plateau négatif, qui transporte donc de l'électricité positive.

● ***Remarque.***

Les séparations précédentes auraient pu être faites par une induction magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à la direction du canal.

❸ *Caractéristiques des quatre rayonnements.*

Par des études plus complexes (action combinée d'un champ électrique et magnétique...), on peut identifier les rayonnements et déterminer leurs caractéristiques.

Nom du rayonnement	Nature du rayonnement		masse en $u \cdot m \cdot a$ $1u \cdot m \cdot a = \frac{1}{6.10^{23}} g$	Charge $e = 1{,}6.10^{-19}$ C	Vitesse $c = 3.10^8$ m/s
α	Ce sont des noyaux d'hélium ^4_2He { 2 neutrons, 2 protons }	Ray^{ts} de particules	4 u m a	$2e$	$< \frac{c}{10}$
β^-	Ce sont des électrons $^0_{-1}e$ ou e^-	Ray^{ts} de particules	{ même masse $< 10^{-3}$ u m a }	$-e$	{ Jusqu'à $\frac{9}{10}c$ }
β^+	Ce sont des positons $^0_{+1}e$ ou e^+	Ray^{ts} de particules	{ même masse $< 10^{-3}$ u m a }	$+e$	{ Jusqu'à $\frac{9}{10}c$ }
γ	Ce sont des rayons X *très* durs 10^{-4} Å $< \lambda < 10^{-2}$ Å. Les photons γ sont *très* énergétiques : $W = h\nu$	Ray^{ts} électromagnétique	0	0	c

Note. Il est conseillé de revoir les chapitres de chimie : C. 4 et C′. 4.

2 | PROPRIÉTÉS DES RAYONNEMENTS

❶ *Effet chimique.*

Les rayonnements radioactifs impressionnent la plaque photographique : il est possible de faire des radiographies aux rayons γ.

❷ *Effet lumineux.*

Ils excitent la fluorescence de certaines substances : ainsi le sulfure de zinc $Zn\,S$ scintille aux points d'impact des particules.

❸ *Effet ionisant.*

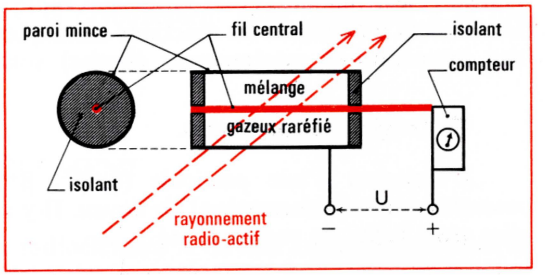
● Plaçons au voisinage d'un électroscope chargé une source radioactive : l'électroscope se décharge quel que soit le signe de la charge initiale.

• Interprétons : les rayonnements (surtout le rayonnement α constitué de particules ayant une grande énergie cinétique) rendent l'air conducteur en transformant les molécules de l'air en ions positifs et négatifs, l'électroscope attire les ions de signe contraire à sa charge et revient peu à peu à la neutralité.

Application.

Compteur Geiger.

On maintient entre le fil central et l'enveloppe (assez fine pour laisser passer les rayonnements radioactifs) une tension U, insuffisante pour ioniser le mélange gazeux raréfié contenu dans le tube : aucun courant permanent ne passe donc.



Lorsqu'un rayonnement passe dans le tube, le gaz s'ionise pendant un temps très court : un courant de très faible durée, ou impulsion électrique, est enregistré par le compteur. On mesure ainsi le nombre d'impulsions par seconde, ce qui renseigne sur l'intensité des rayonnements.

4 *Effet physiologique.*

• Destructif : on doit prendre de très grandes précautions pour manipuler des substances radioactives : le rayonnement γ étant de loin le plus dangereux, il possède les propriétés destructives des rayons X les plus durs.

• Curatif : on utilise les rayons γ pour lutter contre le cancer (bombe au cobalt).

5 *Pouvoir pénétrant.*

— Les rayons α sont peu pénétrants (la particule ^4_2He est grosse et est lancée à vitesse assez faible) : ils sont arrêtés par quelques cm d'air.

— Les rayonnements β^- et β^+ sont plus pénétrants : ils peuvent traverser plusieurs mm d'aluminium.

— Les rayons γ sont *très* pénétrants : ils peuvent traverser plusieurs décimètres de plomb.

— Ces absorptions s'accompagnent d'apparition de chaleur : ainsi un gramme de radium enfermé dans un calorimètre, absorbant tous les rayonnements émis, libère 135 calories en une heure.

3 ORIGINE DES RAYONNEMENTS

1 *Ils proviennent d'une réaction nucléaire.*

Les rayonnements émis par un corps radioactif proviennent des noyaux de ses atomes :

— il s'ensuit que la radioactivité est indépendante de la structure électronique de l'atome radioactif. Ainsi l'atome de radium a les mêmes propriétés radioactives, qu'il soit apporté par du radium pur, des sels de radium... puisque le noyau radium reste inchangé;

— il y a donc totale indépendance entre les propriétés chimiques (dues aux couches électroniques) et les propriétés radioactives (dues aux noyaux) en particulier les facteurs influençant les réactions chimiques : pression, température (à l'exception des températures extrêmement élevées) sont sans influence sur la radioactivité.

❷ Origine des particules.

L'émission d'une particule (α, β^-, β^+) *s'accompagne toujours d'une transmutation* (ou transformation) *du noyau.* Il y a trois types de transmutation, c'est-à-dire trois types de radioactivité :

• *radioactivité* α $\quad {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y$: il y a conservation du nombre de masse (c'est-à-dire du nombre de nucléons), conservation du nombre de charge. Nous n'étudions pas les cortèges électroniques qui se réorganisent autour des noyaux : c'est une *équation nucléaire* que nous écrivons.

X est souvent appelé le noyau père, Y le noyau fils. Dans le tableau de la classification, le noyau fils Y se place deux cases avant le noyau père X.

• *radioactivité* β^- $\quad {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z+1}Y$: le noyau fils Y se place une case après le noyau père X dans le tableau de la classification.

• *radioactivité* β^+ $\quad {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{A}_{Z-1}Y$: le noyau fils Y se place une case avant le noyau père X dans la classification périodique.

❸ *Origine des rayons* γ.

Nous venons de voir que l'émission de particules α, β^- et β^+ s'accompagne de certaines transmutations. De plus, cette émission excite violemment les atomes au sein de la substance radioactive. Lorsque les atomes reviennent à leur niveau d'énergie initial, il y a émission de photons γ. Le rayonnement γ est donc un phénomène secondaire qui peut accompagner toute radioactivité.

❹ *Origine de l'énergie.*

La transformation nucléaire s'accompagne d'une perte de masse Δm, donc de l'apparition de l'énergie $W = \Delta m\, c^2$.

$$X \rightarrow Y + \text{particule P} + \text{photon } \gamma$$

Δm = masse de X — masse de Y — masse de P.

W = (énergie cinétique de la particule P) + (énergie $h\nu$ du photon). On néglige la faible énergie cinétique de Y.

5 *Famille radioactive.*

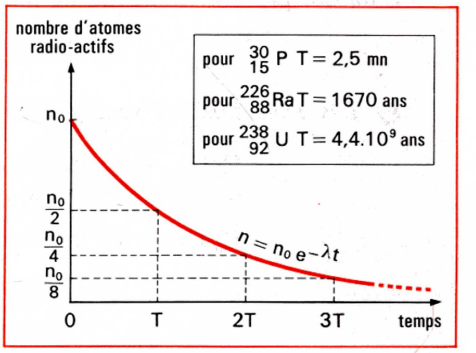
En fait, le noyau fils Y peut à son tour donner une radioactivité identique ou différente à celle du noyau père. Il apparaît ainsi une famille radioactive qui ne s'arrête que lorsque l'un des noyaux est stable (il y a trois familles naturelles s'arrêtant à des isotopes du plomb). Une source radioactive naturelle est donc toujours un mélange de radioéléments, le rayonnement émis comprend à la fois α, β^- et γ.

4 DEMI-VIE D'UN RADIOÉLÉMENT

• Étudions la transmutation d'un radioélément X. Il faut admettre que chaque noyau X possède la même probabilité de désintégration. Cette probabilité ne dépend pas du passé du noyau X, ne dépend pas de la température, de la pression... *Nous allons raisonner sur un grand nombre de noyaux.*

• Soit n_0 le nombre de noyaux X à l'instant $t = 0$. Soit n le nombre de noyaux X à l'instant t. A l'instant $t + dt$ (dt variation infiniment petite) le nombre de noyaux présents est $n + dn$ avec $dn < 0$. Évaluons dn. Si n double, dn double puisque chaque noyau a la même probabilité de désintégration. Si dt double, dn double aussi. Plus généralement :

$dn = -\lambda n\, dt$, λ est une constante de proportionalité appelée constante radioactive, déterminée pour chaque radioélément.



Par suite $\frac{1}{n}\frac{dn}{dt} = -\lambda$ (ou $\frac{n'}{n} = -\lambda$).

Intégrons par rapport au temps

$\text{Log}\, n = -\lambda t + C$ pour $t = 0$ $C = \text{Log}\, n_0$

d'où $\text{Log}\frac{n}{n_0} = -\lambda t$

ou $n = n_0 e^{-\lambda t}$

Pour $n = \frac{n_0}{2}$; $\text{Log}\frac{1}{2} = -\lambda t$; $t = -\frac{1}{\lambda}\text{Log}\frac{1}{2} = \frac{1}{\lambda}\text{Log}\, 2$.

Cette durée t est indépendante de n_0, c'est la *demi-vie radioactive* T *du noyau* X :

$$T = \frac{1}{\lambda}\text{Log}\, 2$$

On peut donc dire que chaque noyau X a une chance sur deux de se désintégrer en un temps T.

5 | EXEMPLES

❶ *Réactions nucléaires.*

- Radioactivité α du radium.

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$$

On obtient un gaz inerte : le radon, dont le noyau est également radioactif.

- Radioactivité β^- du radium C (isotope du bismuth).

$$^{214}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{214}_{84}\mathrm{P_0}$$

On obtient un métal le polonium, dont le noyau est également radioactif.

Notons que l'électron ($^{0}_{-1}e$) ne provient pas du cortège électronique de l'atome, mais de son noyau, par suite de la transformation d'un neutron en proton :

$$^{1}_{0}n \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{1}_{1}p$$

- Radioactivité β^+ du radiophosphore (isotope artificiel).

$$^{30}_{15}\mathrm{P} \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{30}_{14}Si$$

L'un des protons du noyau de phosphore se transforme en neutron :

$$^{1}_{1}p \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{1}_{0}n$$

❷ *Les trois familles radioactives naturelles.*

$^{238}_{92}\mathrm{U}$ → 15 nucléides intermédiaires → $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$
$^{235}_{92}\mathrm{U}$ → 12 nucléides intermédiaires → $^{207}_{82}\mathrm{Pb}$
$^{233}_{90}\mathrm{Th}$ → 10 nucléides intermédiaires → $^{208}_{82}\mathrm{Pb}$

LISTE DES QUESTIONS DE COURS D'ÉCRIT

(Ne pas oublier d'adapter le plan à l'énoncé de la question)

Énoncé	Référence	Terminales
— Chute des corps.		
— Application du principe fondamental de la dynamique au mouvement rectiligne sinusoïdal.	P 5	CE D
— Application du principe fondamental de la dynamique au mouvement circulaire uniforme.	P 10	CE
— Décrire une application du théorème de l'énergie cinétique.	P 12	CE D
— Le pendule pesant.	P 16	CE D
— Le pendule simple.	P 21	CE D
— Énergie potentielle.	P 22	CE D
— Énergie mécanique.	P 23	CE D
— Étude expérimentale d'un mouvement vibratoire.	P 24	CE D
— Stroboscopie.	P 27	CE D
— Propagation d'un ébranlement.	P 27	CE D
— Propagation d'une vibration.	P 29	CE D
— Définition de la longueur d'onde.	P 30	CE D
— Vitesse du son.	P 30	CE D
— Composition de vibrations.	P 32	CE D
— Interférences mécaniques.	P 33	CE D
— Décrire et interpréter une expérience d'ondes stationnaires.	P 35	CE D
— Interférences lumineuses.	P 36	CE D
— Loi d'Ohm aux bornes d'une résistance inductive.	P 40	CE
— Loi d'Ohm aux bornes d'un condensateur.	P 41	CE
— Résonance électrique.	P 42	CE
— Puissance en alternatif.	P 43	CE
— Courants de haute fréquence.	P 44	CE D
— Les ondes électromagnétiques.	P 45	CE D
— Effet thermo-électronique.	P 46	CE D
— Accélération des électrons par un champ électrique.	P 47	CE
— Propriétés des faisceaux d'électrons.	P 48	CE
— Effet photoélectrique.	P 49	CE D
— Rayons X.	P 50	CE D
— Radioactivité.	P 52	CE D

Note : S'informer des allègements de programme.

TABLE DES RAPPORTS TRIGONOMÉTRIQUES.

Degrés.	Radians.	Sinus.	Tangente.	Cot.	Cosinus.		
0	0,0000	0,0000	0,0000	∞	1,0000	1,5708	90
1	0,0175	0,0175	0,0175	57,29	0,9998	1,5533	89
2	0,0349	0,0349	0,0349	28,64	0,9994	1,5359	88
3	0,0524	0,0523	0,0524	19,08	0,9986	1,5184	87
4	0,0698	0,0698	0,0699	14,30	0,9976	1,5010	86
5	0,0873	0,0872	0,0875	11,43	0,9962	1,4835	85
6	0,1047	0,1045	0,1051	9,514	0,9945	1,4661	84
7	0,1222	0,1219	0,1228	8,144	0,9925	1,4486	83
8	0,1396	0,1392	0,1405	7,115	0,9903	1,4312	82
9	0,1571	0,1564	0,1584	6,314	0,9877	1,4137	81
10	0,1745	0,1736	0,1763	5,671	0,9848	1,3963	80
11	0,1920	0,1908	0,1944	5,145	0,9816	1,3788	79
12	0,2094	0,2079	0,2126	4,705	0,9781	1,3614	78
13	0,2269	0,2250	0,2309	4,331	0,9744	1,3439	77
14	0,2443	0,2419	0,2493	4,011	0,9703	1,3265	76
15	0,2618	0,2588	0,2679	3,732	0,9659	1,3090	75
16	0,2793	0,2756	0,2867	3,487	0,9613	1,2915	74
17	0,2967	0,2924	0,3057	3,271	0,9563	1,2741	73
18	0,3142	0,3090	0,3249	3,078	0,9511	1,2566	72
19	0,3316	0,3256	0,3443	2,904	0,9455	1,2392	71
20	0,3491	0,3420	0,3640	2,747	0,9397	1,2217	70
21	0,3665	0,3584	0,3839	2,605	0,9336	1,2043	69
22	0,3840	0,3746	0,4040	2,475	0,9272	1,1868	68
23	0,4014	0,3907	0,4245	2,356	0,9205	1,1694	67
24	0,4189	0,4067	0,4452	2,246	0,9135	1,1519	66
25	0,4363	0,4226	0,4663	2,145	0,9063	1,1345	65
26	0,4538	0,4384	0,4877	2,050	0,8988	1,1170	64
27	0,4712	0,4540	0,5095	1,963	0,8910	1,0996	63
28	0,4887	0,4695	0,5317	1,881	0,8829	1,0821	62
29	0,5061	0,4848	0,5543	1,804	0,8746	1,0647	61
30	0,5236	0,5000	0,5774	1,732	0,8660	1,0472	60
31	0,5411	0,5150	0,6009	1,664	0,8572	1,0297	59
32	0,5585	0,5299	0,6249	1,600	0,8480	1,0123	58
33	0,5760	0,5446	0,6494	1,540	0,8387	0,9948	57
34	0,5934	0,5592	0,6745	1,483	0,8290	0,9774	56
35	0,6109	0,5736	0,7002	1,428	0,8192	0,9599	55
36	0,6283	0,5878	0,7265	1,376	0,8090	0,9425	54
37	0,6458	0,6018	0,7536	1,327	0,7986	0,9250	53
38	0,6632	0,6157	0,7813	1,280	0,7880	0,9076	52
39	0,6807	0,6293	0,8098	1,235	0,7771	0,8901	51
40	0,6981	0,6428	0,8391	1,192	0,7660	0,8727	50
41	0,7156	0,6561	0,8693	1,150	0,7547	0,8552	49
42	0,7330	0,6691	0,9004	1,111	0,7431	0,8378	48
43	0,7505	0,6820	0,9325	1,072	0,7314	0,8203	47
44	0,7679	0,6947	0,9657	1,036	0,7193	0,8029	46
45	0,7854	0,7071	1,0000	1,000	0,7071	0,7854	45
		Cosinus.	Cot.	Tangente.	Sinus.	Radians.	Degrés.

Table des matières

P. 1	Calcul des petites variations	7
P. 2	Incertitudes	9
P. 3	Calcul approché	11
P. 4	Mouvements rectilignes	15
P. 5	Chute des corps	27
P. 6	Mouvements curvilignes	31
P. 7	Principe fondamental de la dynamique	41
P. 8	Théorème du centre de gravité	47
P. 9	Tension	51
P. 10	Dynamique du mouvement rectiligne sinusoïdal	53
P. 11	Force d'inertie	55
P. 12	Dynamique du mouvement circulaire uniforme	59
P. 13	Théorème fondamental de la dynamique de rotation	63
P. 14	Mouvement sinusoïdal de rotation	69
P. 15	Travail puissance	73
P. 16	Théorème de l'énergie cinétique	79
P. 17	Quantité de mouvement	83
P. 18	Moment cinétique	89
P. 19	Résistance de l'air	91
P. 20	Le système d'unités S.I.	95
P. 21	Le pendule pesant	99
P. 22	Le pendule simple	103
P. 23	Energie potentielle	105
P. 24	Énergie mécanique	109
P. 25	Principe de l'état initial et final	113
P. 26	Théorème de Carnot	117
P. 27	Étude expérimentale d'un mouvement vibratoire	121
P. 28	Étude analytique des mouvements périodiques	125
P. 29	Propagation d'un ébranlement	129
P. 30	Propagation d'une vibration	133
P. 31	Vitesse du son	137
P. 32	Superposition de vibrations	141
P. 33	Interférences mécaniques	147
P. 34	Vibrations forcées. Résonance	151
P. 35	Ondes stationnaires	153
P. 36	Interférences lumineuses	159
P. 37	Ultraviolet et infrarouge	167
P. 38	Polarisation de la lumière	169
P. 39 à P. 43	Courant alternatif (Terminale D)	173

P. 39	Électricité. Rappels	175
P. 40	Loi d'Ohm pour une résistance inductive	179
P. 41	Loi d'Ohm pour une capacité	183
P. 42	La résonance	185
P. 43	Puissance électrique	189
P. 44	Les courants de haute fréquence	195
P. 45	Les ondes électromagnétiques	199
P. 46	Effet thermoélectronique	203
P. 47	Accélération des électrons par un champ électrique	207
P. 48	Propriétés des faisceaux d'électrons (oscillographe électronique)	211
P. 49	Effet photoélectrique	215
P. 50	Rayons X	221
P. 51	Masse et énergie	227
P. 52	Radioactivité	231
	Liste des questions de cours d'écrit	237
	Table des rapports trigonométriques	238

Imprimé en France par Pollina, 85400 Luçon - N° 5857
Dépôt légal : Mars 1984 — N° d'Editeur : 17

A LA MÊME LIBRAIRIE

R. BOURDON et C. BOURQUARD

- **CHIMIE terminales C - D - E**

la question de cours au baccalauréat

- **PHYSIQUE terminales C - D - E**

la question de cours au baccalauréat

- **Problèmes de Physique**

terminales C - D - E

ISBN 2 - 206 - 00017 - 2